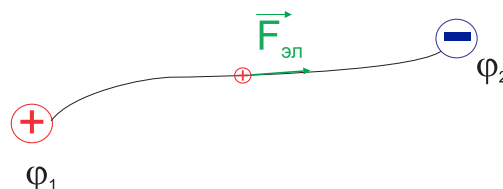


## 13 Постоянный ток

### 13.1 Электрический ток и условия его существования

Если два заряженных разноименными зарядами тела, соединить проводником, то произойдет перемещение электронов от одного тела к другому. Электроны будут перемещаться под действием электрического поля. Разность потенциалов между заряженными телами будет постепенно выравниваться. В этом случае говорят, что по проводнику протекает электрический ток.



**Def.** Электрическим током или током проводимости называется упорядоченное движение свободных заряженных частиц.

#### 13.1.1 Условия существования тока

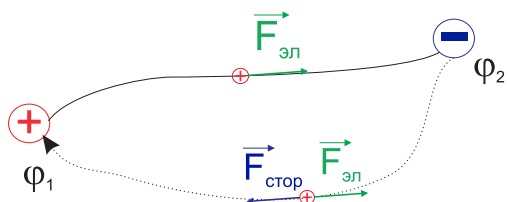
Что необходимо для существования длительного тока?

1. Наличие свободных зарядов
2. Наличие в данной среде электрического поля, энергия которого затрачивалась бы на перемещение зарядов.

$$E_x = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x} \neq 0 \Rightarrow \Delta\varphi \neq 0$$

3. замкнутая цепь

Но ток, который пойдет по проводнику будет весьма кратковременным. (вспомним разряд э-ф машины). В процессе протекания тока, потенциал  $\varphi_1$ , будет уменьшаться, а потенциал  $\varphi_2$  будет увеличиваться. В итоге потенциалы выравниваются и ток прекратится. Что необходимо сделать, чтобы ток шел долгое время?



Для длительного тока нужно поддерживать постоянной разность потенциалов, для этого заряд прошедший по цепи под действием электрических сил, нужно переместить назад действуя на них неэлектрическими силами. Поэтому необходимым условием протекания длительного тока, необходимо чтобы цепь была замкнута и в ней действовали не только электрические, но и неэлектрические силы.

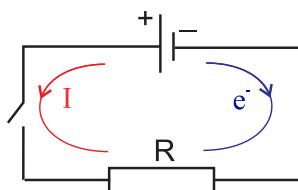
*Для поддержания электрического тока в цепи должны работать сторонние, некулоновские силы, которые способны переносить заряды против сил поля и этим поддерживать разность потенциалов.*



Устройство, обеспечивающее возникновение сторонних сил - источник тока.

### 13.1.2 Направление тока

Исторически сложилось так, что за направление тока принимается направление от (+) к (-), что соответствует противоположному направлению движения электронов в металлических проводниках.



**Def.** За направление тока принимают условно направление движения положительно заряженных частиц.

## 13.2 Характеристики тока

### 13.2.1 Сила тока

Введем величину, которая бы численно характеризовала насколько большой ток протекает по проводнику.

$$i_{\text{ср}} = \frac{\Delta q}{\Delta t}; \quad i_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = q' = \frac{dq}{dt}$$

**Def.** Ток называется постоянным, если за любые равные промежутки времени, через поперечное сечение проводника проходит один и тот же заряд.

Тогда при постоянном токе  $i_{\text{ср}} = i_{\text{мгн}} = I \Rightarrow \boxed{I = \frac{\Delta q}{\Delta t}}$

**Def.** Сила тока показывает какой заряд проходит через поперечное сечение проводника за единицу времени.

Единица измерения:

$$[I] = A$$

Единица измерения силы тока определяется через магнитное действие токов (см. раздел [«Электromагнетизм»](#)).

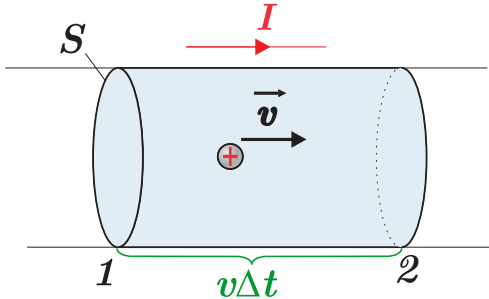
**Def.** Ток в 1 А это такой ток, при протекании которого по двум параллельным бесконечным проводникам находящимся на расстоянии 1 м друг от друга, каждый их метр взаимодействует с силой  $2 \cdot 10^{-7}$  Н

Зная ток в 1 А, можно определить единицу измерения заряда.

**Def.** 1 Кл - это заряд, который проходит через поперечное сечение проводника за 1 с при постоянном токе в 1 А

### 13.2.2 Связь силы тока со скоростью упорядоченного движения

Выразим силу тока через скорость упорядоченного движения частиц и их концентрацию. Введем следующие обозначения:



$q$  – заряд частицы  
 $v$  – скорость упорядоченного движения  
 $V$  – объем части проводника, из которой весь заряд успеет пройти через второе сечение за данное время  
 $n$  – концентрация

Рассмотрим часть проводника. Пусть за время  $\Delta t$  все частицы из этого объема пройдут через сечение 2, тогда

$$l = v\Delta t; \quad V = Sl = Sv\Delta t$$

$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{Nq}{\Delta t} = \frac{nVq}{\Delta t} = \frac{nSlq}{\Delta t} = \frac{nSv\Delta tq}{\Delta t}$$

$$I = qnvS$$

Пользуясь этой формулой можно оценить скорость упорядоченного движения свободных электронов в металлическом проводнике. Рассмотрим случай, когда по проводнику сечением  $S = 1\text{мм}^2$  протекает ток  $I = 10\text{ А}$ . Тогда

$$v = \frac{I}{qnS} = \frac{10\text{А}}{1,6 \cdot 10^{-19}\text{Кл} \cdot 10^{29}1/\text{М}^3 \cdot 10^{-6}\text{М}^2} \approx 10^{-3}\text{М/с} = 1\text{мм/с}$$

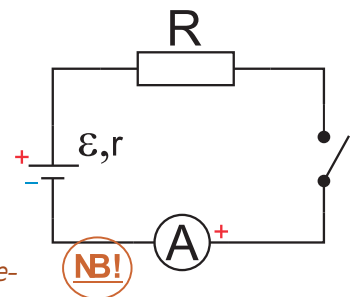
Т.е. даже при большом токе скорость упорядоченного движения составляет всего 1 мм за секунду. При этом скорость хаотичного теплового движения составляет порядка  $10^3\text{ м/с}$ . Поэтому ток в проводнике можно представить, как дрейф электронного облака. Более подробное описание тока в металлах, можно посмотреть в соответствующем разделе.

### 13.2.3 Измерение силы тока

Для измерения силы тока используется амперметр. Принцип действия стрелочного амперметра основан на действии силы Ампера на катушку, по которой протекает измеряемый ток. О принципах работы прибора магнитоэлектрической системы будет рассказано в разделе Электромагнетизм.

Амперметр включается в цепь последовательно с тем элементом, ток через который необходимо измерить.

*У амперметра постоянного тока магнитоэлектрической системы важна полярность включения, т.к. стрелка на амперметре может отклоняться только в одну сторону. Плюс амперметра должен приводить в итоге к плюсу источника. В схеме на рисунке справа, амперметр включен последовательно с резистором и измеряет ток, протекающий через него.*



### 13.2.4 Плотность тока.

Для проводников сила тока не является объективной величиной.

Вспомним плавкие предохранители. Ток через них и через всю проводку идет одинаковый, но предохранители плавятся, а провода нет. Это зависит от площади поперечного сечения проводника.

Для характеристики распределения тока по сечению проводника вводится понятие плотности тока.

$$j = \frac{I}{S} \Rightarrow j = qnv$$

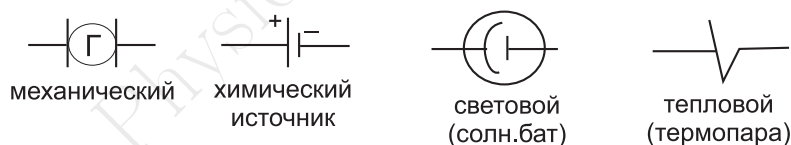
Единицы измерения:  $[j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$

**Def.** Плотность тока показывает, какой ток приходится на единицу площади поперечного сечения.

### 13.3 Источники тока и их классификация.

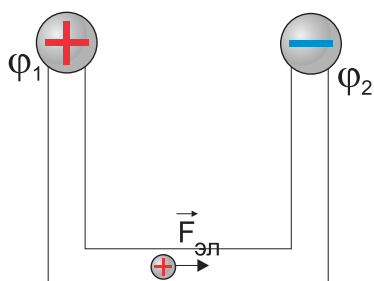
**Def.** Источник тока - это устройство, в котором какой-либо вид энергии непрерывно преобразуется в энергию электрического поля.

Классификацию проводят обычно по признаку преобразуемой энергии.



### 13.4 Электродвижущая сила.

Рассмотрим устройство обеспечивающее возникновение сторонних сил. Для начала рассмотрим соединение двух тел. Пусть одно заряжено положительно, а второе отрицательно.



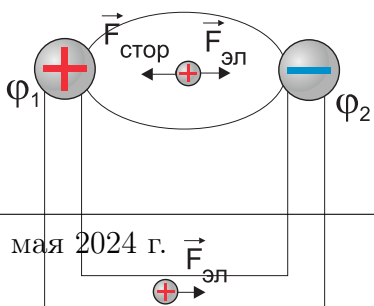
Будем рассматривать переход положительных частиц по направлению тока. Частицы перемещаются под действием кулоновских сил и потенциал выравнивается.

*Электрические(кулоновские) силы выравнивают потенциалы в проводнике.*

Чтобы поддерживать разность потенциалов постоянной, необходимо наличие некулоновской силы. Таким образом на заряд внутри источника будет действовать две силы: кулоновская и сторонняя.

Для поддержания постоянного тока потребуется также замкнутость проводника.

*В источнике тока положительный заряд должен перемещаться против электрического поля, т.е. от минуса к плюсу. Вспомним ка-*



кая величина характеризовала работу сил электрических?

$$\Delta\varphi = -\frac{A_{\text{эл}}}{q}$$

В качестве основной характеристики источника аналогичным образом вводится понятие электродвижущей силы(ЭДС):

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q}$$

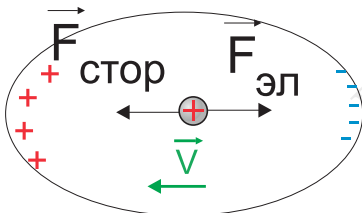
**Def.** ЭДС это характеристика источника которая показывает, какую работу совершают сторонние силы по перемещению единичного положительного заряда между полюсами источника.

*Работа сторонних сил по замкнутому контуру не равна нулю. Это подтверждается тем, что при прохождении тока по цепи выделяется энергия.*

*Если сторонние силы переносят заряд в сторону тока, то ЭДС положительна, если в противоположенную сторону, то ЭДС отрицательна.*

### 13.4.1 Процессы протекающие в источнике тока.

Разомкнутая цепь Рассмотрим источник тока в разомкнутой цепи.



Сторонние силы начинают переносить положительные заряды в каком-то одном направлении. Это приводит к тому, что увеличивается электрическое поле и возрастает электрическая сила. В конце концов они сравниваются и разделение зарядов в источнике прекращается.

*Процесс разделения зарядов в источнике и накопление их на полюсах не может происходить без конца, т.к. в результате разделения зарядов, возникает электрическое поле, мешающее электронам двигаться к отрицательному полюсу. В итоге электрические силы сравниваются со сторонними и устанавливается равновесие. При этом между полюсами устанавливается определенная разность потенциалов.*

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q} = -\frac{A_{\text{эл}}}{q} = \varphi_2 - \varphi_1 \Rightarrow \boxed{\varepsilon = \Delta\varphi}$$

**St.** →

*ЭДС равна разности потенциалов на полюсах разомкнутого источника тока.*

Замкнутая цепь:

Замкнем цепь. Под действием сил поля заряды будут перемещаться по проводнику, при этом заряды отрицательного полюса(откуда уходят электроны) и заряды положительного полюса(куда электроны приходят) начнет уменьшаться. Равновесие сил, действующих на электроны внутри источника нарушится в пользу сторонних сил и они вновь начнут переносить электроны от плюса к минусу.

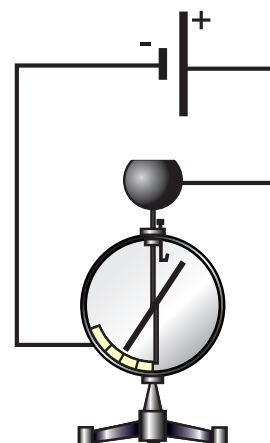
Однако, сторонние силы не успевают полностью восстановить первоначальную разность потенциалов между полюсами источника. Поэтому при замкнутой цепи разность потенциалов меньше, чем в разомкнутой цепи.

### Измерение ЭДС

Мы умеем измерять разность потенциалов только при помощи электрометра.

*На практике ЭДС измеряется подключением к источнику высокоомного вольтметра*

Вольтметр всегда измеряет разность потенциалов между теми точками, к которым он подключен.



## 13.5 Напряжение.

В электрических цепях принято выделять два вида цепей в зависимости от наличия или отсутствия сторонних сил на участке.

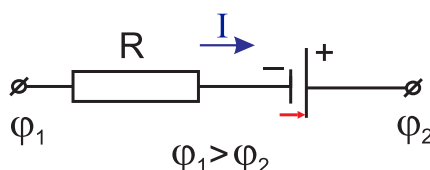
**Def.** Участок цепи принято называть однородным, если на нем работу совершают только электрические силы.

Примером однородного участка цепи является участок содержащий резистор.

**Def.** Участок цепи принято называть неоднородным, если на нем работу совершают не только электрические силы, но и сторонние.

Примером неоднородного участка цепи является участок содержащий в себе источник ЭДС или участок с электродвигателем постоянного тока.

Рассмотрим неоднородный участок цепи с ЭДС. Будем считать, что на концах этого участка  $\varphi_1 > \varphi_2$ . Тогда ток по нему будет течь от точки с большим потенциалом к точке с меньшим потенциалом, т.е. слева направо.



При таком включении источника сторонние силы будут совершать положительную работу, т.к. они переносят положительный заряд от минуса источника к его плюса и в данном случае это будет совпадать с направлением тока.

$$A_{\text{эл}} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$A_{\text{стор}} = q\varepsilon$$

Если сложить данные уравнения, то получится

$$A_{\text{всех сил}} = A_{\text{эл}} + A_{\text{стор}} = q((\varphi_1 - \varphi_2) \pm |\varepsilon|)$$

$$U = \frac{A_{\text{всех сил}}}{q}$$

**Def.** Напряжение - это физическая величина, которая показывает, какую работу совершают все силы по перемещению единичного положительного заряда.

$$\Rightarrow U = (\varphi_1 - \varphi_2) \pm |\varepsilon|$$

Единицы измерения:  $[U] = B$

*Приборов измеряющих напряжение нет!*



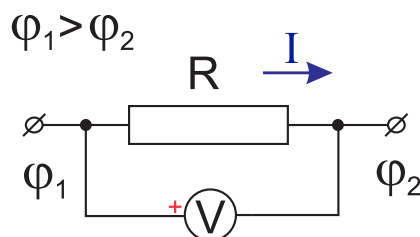
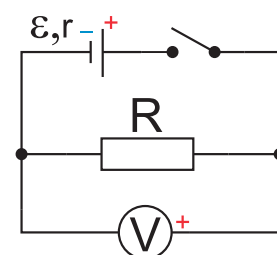
Возникает вопрос, а что же тогда измеряет вольтметр?

**Def.** Вольтметр это прибор измеряющий разность потенциалов.

Вольтметр включается всегда параллельно с тем участком, на котором необходимо измерить разность потенциалов. При этом так же, как в случае с вольтметром, необходимо соблюдать полярность включения. Плюс от вольтметра должен приводить к плюсу источника.

В некоторых случаях измеренная разность потенциалов будет совпадать с другими величинами. Рассмотрим следующие частные случаи:

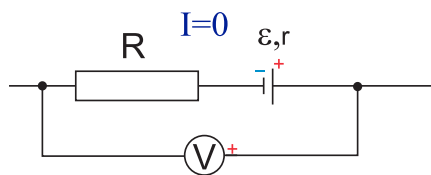
1.  $\varepsilon = 0$  на участке нет источника, тогда



$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = -(\varphi_2 - \varphi_1) = |\Delta\varphi|$$

В этом случае вольтметр измерит разность потенциалов, которая будет совпадать с электрическим напряжением.

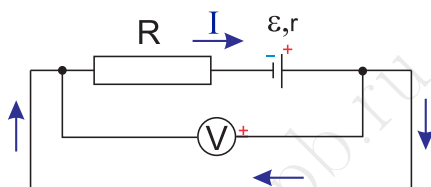
2. Разомкнутая цепь:  $A_{\text{всех сил}} = 0 \Rightarrow A_{\text{стор}} = -A_{\text{эл}}$



$$U = 0 \Rightarrow \varepsilon = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$$

Если внешняя цепь разомкнута и на данном неоднородном участке тока нет, то вольтметр будет показывать ЭДС источника.

3. Полная цепь:  $\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \Delta\varphi = 0 \Rightarrow$



$$U = \varepsilon \quad A_{\text{эл}} = 0$$

В полной цепи электрические силы совершают работу и на внешнем участке и на внутреннем, а т.к. они являются консервативными, то их работа по перемещению заряда по замкнутой цепи будет равна нулю.

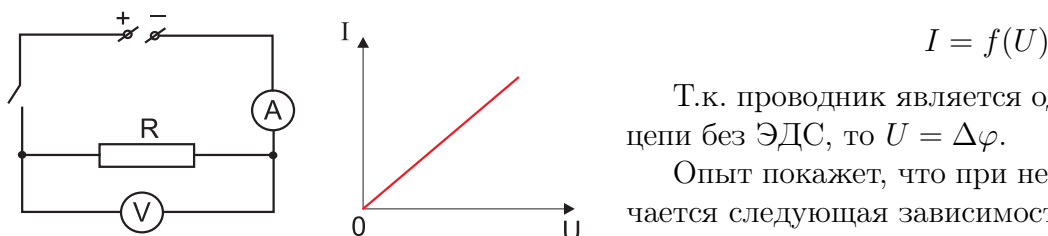
Следовательно в замкнутой цепи работу будут совершать только сторонние силы в источнике, поэтому напряжение будет совпадать с ЭДС.

Вольтметр же так включенные в цепь, будет показывать ноль, т.к. разность потенциалов на внешнем участке цепи, на котором нет сопротивления, будет равна нулю.



## 13.6 Сопротивление. Закон Ома для участка цепи.

Экспериментально определим зависимость силы тока от напряжения. Такую зависимость принято называть вольт-амперной характеристикой, в данном случае проводника. Для этого можно собрать установку, которая будет позволять менять разность потенциалов на проводнике (рис.1).



Т.к. проводник является однородным участком цепи без ЭДС, то  $U = \Delta\varphi$ .

Опыт покажет, что при небольших токах получается следующая зависимость

Рис. 1:  $I \sim U \Rightarrow \boxed{I = kU}$

где  $k$  - проводимость проводника. На практике чаще используют величину обратную проводимости, которую называют сопротивлением:

$$\frac{1}{k} = R \Rightarrow \boxed{R = \frac{U}{I}}$$

**Def.** Сопротивление - характеристика проводника, которая показывает какое напряжение нужно приложить к проводнику, чтобы в нем возник ток в 1 А

$$R = \frac{U}{I} \quad [R] = \text{Ом} \quad 1\text{Ом} = \frac{1\text{В}}{1\text{А}}$$

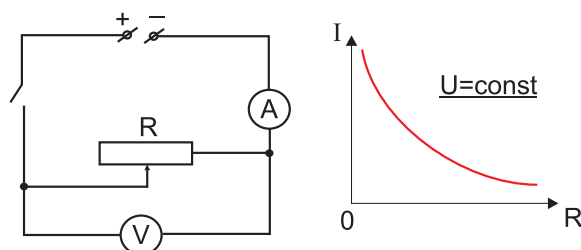
**Def.** 1 Ом - сопротивление такого проводника, приложив к которому разность потенциалов в 1 В, через него начнет течь ток в 1 А

Повторим эксперимент, зафиксировав разность потенциалов на концах проводника с переменным сопротивлением (рис.2) и исследуем зависимость

$$I = f(R)$$

Эту зависимость исследовал в 1827 году немецкий физик Георг Симон Ом. Он установил, что

$$I \sim \frac{1}{R}$$



В результате объединяя результаты двух опытов получаем закон Ома для однородного участка цепи

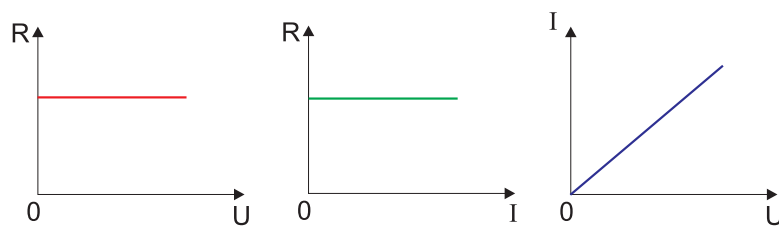
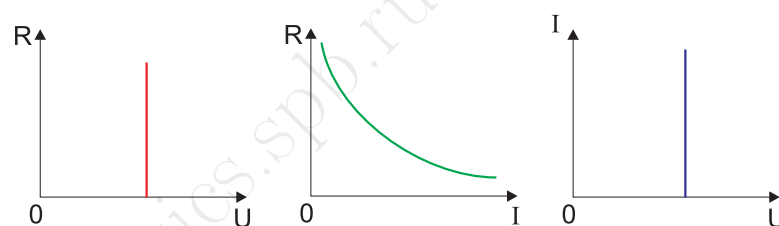
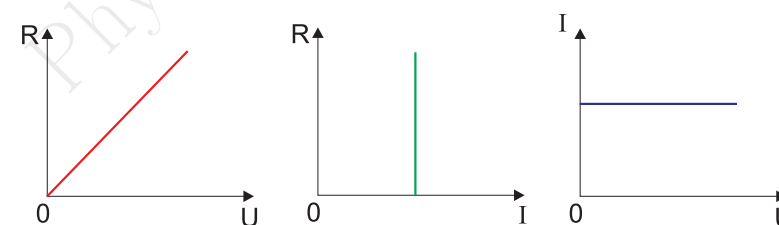
Рис. 2:

$$\begin{aligned} I &\sim \frac{1}{R} \\ I &\sim U \end{aligned} \Rightarrow \boxed{I = \frac{U}{R} = \frac{\Delta\varphi}{R}}$$

Law →

**Закон Ома для однородного участка цепи** Сила тока на однородном участке цепи прямо пропорционально разности потенциалов на концах данного участка и коэффициентом пропорциональности является величина обратная сопротивлению данного участка

### Функциональные зависимости

R=constU=constI=const

### Удельное сопротивление

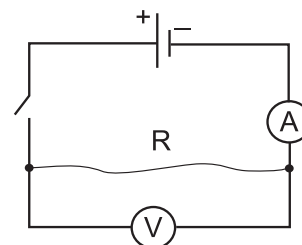
Сопротивление зависит от формы проводника, его размеров и материалов проводника.

Опыт:

$$\begin{aligned} R &\sim l \\ R &\sim \frac{1}{S} \end{aligned} \Rightarrow R \sim \frac{l}{S} \Rightarrow \boxed{R = \rho \frac{l}{S}}$$

где  $\rho$  - удельное сопротивление

$$\rho = \frac{RS}{l} \Rightarrow [\rho] = \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}} = 10^{-6} \text{Ом} \cdot \text{м}$$



Экспериментальное определение удельного сопротивления:

Что для этого необходимо? Источник тока, ключ, амперметр, вольтметр, микрометр, линейка

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{U}{I} \Rightarrow \rho = \frac{US}{Il}; \quad S = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{U\pi d^2}{4Il}$$

Необходимо измерить силу тока, напряжение, длину и диаметр проводника

### Зависимость от температуры $\rho = f(T)$

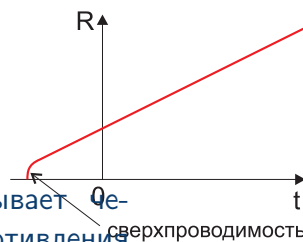
Экспериментально, как только что было разобрано, установили, что такие измерения при разных температурах дают разные результаты.

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \cdot t^\circ} \Rightarrow \boxed{\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)}$$

где  $\rho_0$  - удельное сопротивление при  $0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  - термические коэффициент сопротивления

$$[\alpha] = \text{C}^{-1}(\text{K}^{-1})$$

**Def.** Термический коэффициент сопротивления показывает, равно относительное изменение удельного сопротивления проводника при изменении температуры на 1 градус



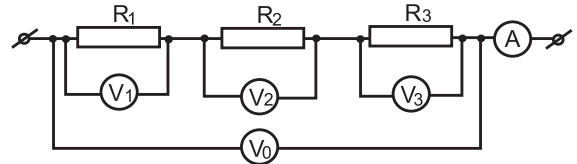
## 13.7 Последовательное и параллельное сопротивление проводников

### 13.7.1 Последовательное соединение

**Def.** Последовательное соединение - это соединение потребителей в ряд, один за другим, так что ток проходит по всем потребителям не разветвляясь.

$$q_0 = q_1 = q_2 = q_3 \mid : \Delta t \Rightarrow \frac{q_0}{\Delta t} = \frac{q_1}{\Delta t} = \frac{q_2}{\Delta t} = \frac{q_3}{\Delta t}$$

$$I_0 = I_1 = I_2 = I_3$$



Место включения амперметра безразлично

$$U_0 = \frac{A_0}{q} = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{q} = \frac{A_1}{q} + \frac{A_2}{q} + \frac{A_3}{q}$$

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$

**Def.** Сопротивление, при включении которого вместо всех других проводников, находящихся между двумя точками цепи ток и напряжение остаются неизменными называется общим.

$$R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{I_0} = \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_2}{I_2} + \frac{U_3}{I_3}$$

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$$

Свойства последовательного соединения:

1.  $R_1 = R_2 = R_3 = \dots = R_n = R \Rightarrow R_0 = nR$
2. Если к цепи добавить последовательно проводник, то общее сопротивление увеличится
3. Общее сопротивление всегда больше наибольшего

$$R_1 = 1Om; R_2 = 1000Om \Rightarrow R_0 = 1001Om$$

4. Напряжения на участках последовательного соединения относятся, как сопротивления

$$\begin{aligned} U_1 &= IR_1 \\ U_2 &= IR_2 \\ U_3 &= IR_3 \end{aligned} \Rightarrow U_1 : U_2 : U_3 = R_1 : R_2 : R_3$$

Применение: деление напряжения, включение амперметра, дополнительное сопротивление к вольтметру

## 13.7.2 Параллельное соединение

**Def.** Параллельное соединение - соединение при котором ток разветвляется, а ветви находятся под одинаковым напряжением

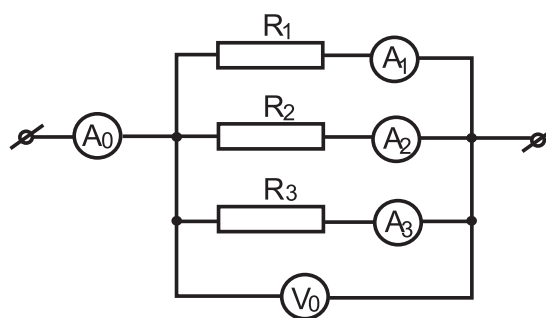
$$U_1 = U_2 = U_3 = U_0$$

$$q_0 = q_1 + q_2 + q_3 \mid : \Delta t \Rightarrow \frac{q_0}{\Delta t} = \frac{q_1}{\Delta t} + \frac{q_2}{\Delta t} + \frac{q_3}{\Delta t}$$

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_0} = \frac{I_0}{U} = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_0} = + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



Свойства параллельного соединения:

1.  $R_0 = \frac{R}{n}$
2. Если к цепи добавить параллельно проводник, то общее сопротивление уменьшится.
3. Общее сопротивление всегда меньше наименьшего

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1000}{1001} \text{Om} < 10m$$

4. Токи в ветвях параллельного соединения относятся обратно сопротивлениям этих участков

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{R_1} \\ I_2 &= \frac{U}{R_2} \\ I_3 &= \frac{U}{R_3} \end{aligned} \Rightarrow I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3}$$

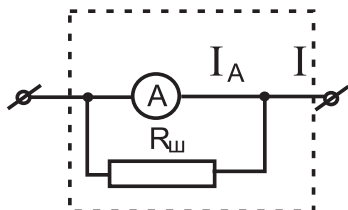
Применение: подключение потребителей, подключение вольтметра, шунты к амперметру

Замечание: при анализе явлений, происходящих на участке цепи нельзя забывать, что участок является частью полной цепи. При изменении состава полной цепи на любом участке изменится полный ток и происходит перераспределение напряжения на всех участках.

## 13.8 Шунтирование и добавочные сопротивления

### 13.8.1 Шунтирование амперметра

Необходимо увеличить диапазон токов, которые может измерять амперметр в  $n$  раз. ( $\frac{I}{I_A} = n$ ). Известно, что сопротивление амперметра равно  $R_A$ . Найти сопротивление шунта.



$$I_A + I_{\text{ш}} = I$$

$$\frac{I_A}{I_{\text{ш}}} = \frac{R_{\text{ш}}}{R_A} \Rightarrow R_{\text{ш}} = R_A \frac{I_A}{I - I_A} = R_A \frac{1}{\frac{I}{I_A} - 1}$$

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{n - 1}$$

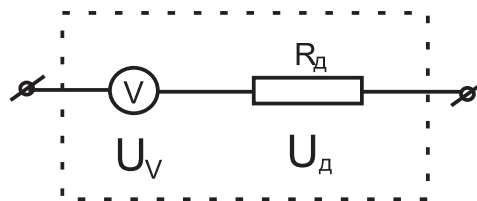
### 13.8.2 Добавочное сопротивление к вольтметру

Необходимо увеличить диапазон напряжений, которые может измерять вольтметр в  $n$  раз. ( $\frac{U}{U_v} = n$ ). Известно, что сопротивление вольтметра равно  $R_v$ . Найти добавочное сопротивление.

$$U_v + U_{\text{д}} = U$$

$$\frac{U_v}{U_{\text{д}}} = \frac{R_v}{R_{\text{д}}} \Rightarrow R_{\text{д}} = R_v \frac{U_{\text{д}}}{U_v} = R_v \frac{U - U_v}{U_v} = R_v \frac{\frac{U}{U_v} - 1}{1}$$

$$R_{\text{д}} = R_v(n - 1)$$



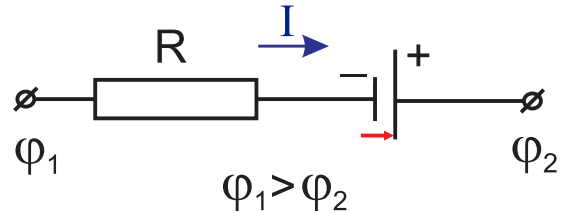
## 13.9 Закон Ома для полной цепи.

### 13.9.1 Закон Ома для неоднородного участка цепи

Вспомним закон Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U}{R_{\text{уч}}} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm |\varepsilon|}{R_{\text{уч}}}$$

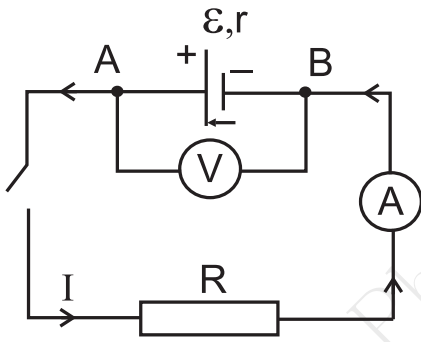
До сих пор мы говорили об однородном участке цепи, т.е. для участка где сторонние силы не совершали работу:



$$A_{\text{сторон}} = 0 \Rightarrow I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{\text{уч}}}$$

### 13.9.2 Полная замкнутая цепь

Рассмотрим теперь замкнутую цепь в которой присутствует электродвижущая сила.



Укажем направление протекания тока от плюса к минусу и пользуясь определением напряжения, запишем напряжение на участке АВ и ВА, по направлению тока:

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = IR$$

$$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A + \varepsilon = Ir$$

Плюс перед ЭДС связан с направлением сторонних сил и с направлением обхода контура. Ток через ЭДС равен току через сопротивление  $R$ , т.к. они соединены последовательно. Если сложить полученные выражения, тогда

$$\varepsilon = I(R + r) \Rightarrow \boxed{I = \frac{\varepsilon}{R + r}}$$

**Law** →

**Закон Ома для полной цепи** Ток в цепи прямо-пропорционален электродвижущей силе и обратно пропорционален полному сопротивлению цепи

Из закона Ома следует, что

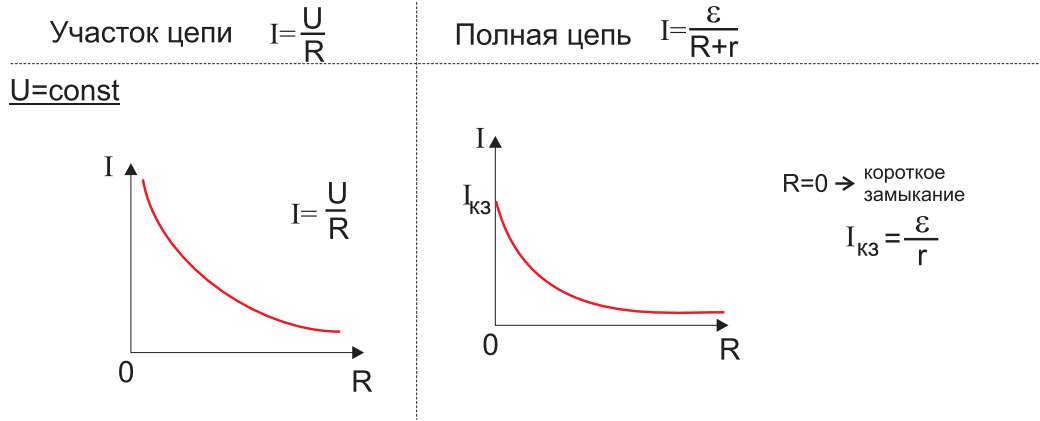
$$\boxed{\varepsilon = IR + Ir}$$

Первое слагаемое это напряжение на внешней части цепи, а второе - на внутренней.

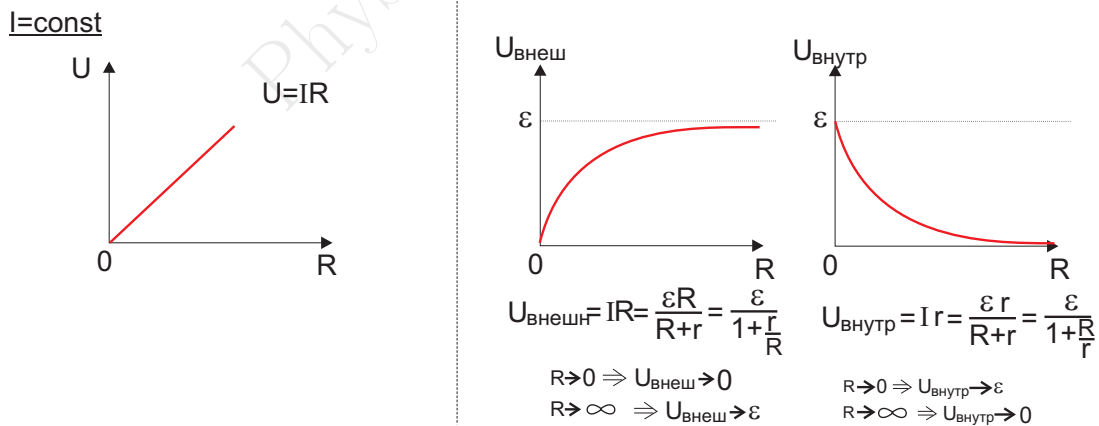
Тогда в случае замкнутой цепи вольтметр будет показывать напряжение на внешнем участке цепи, а в случае разомкнутой - ЭДС.

**Функциональная зависимость**

Проанализируем зависимости  $I(R)$ ,  $U(R)$ ,  $I(U)$  сравнивая закон Ома для однородного участка цепи и закон Ома для полной цепи.



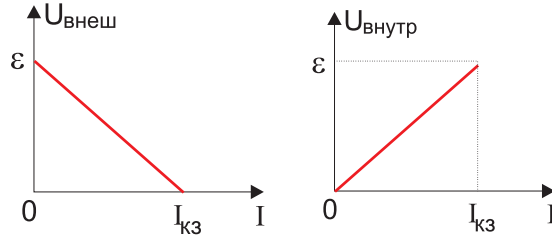
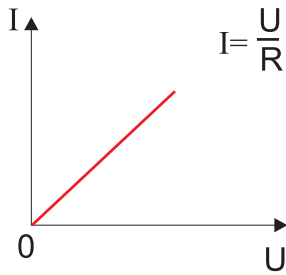
При уменьшении внешнего сопротивления до нуля (это эквивалентно соединению точек А и В), происходит короткое замыкание. Но в отличие от закона Ома для однородного участка цепи, ток в реальной цепи не будет возрастать до бесконечности, а только до некоторого максимального значения  $I_{\text{к.з.}}$ . Это связано с тем, что в реальной цепи ЭДС имеет внутреннее сопротивление  $r$  и следовательно ток хоть и будет большим, но не будет бесконечным.



При увеличении внешнего сопротивления падение напряжения на внешнем участке будет увеличиваться ( $r$  и  $R$ , соединены последовательно) и в пределе будет происходить только на внешнем участке цепи. А на внутреннем все с точностью до наоборот.



$R = \text{const}$



$$U_{\text{внеш}} = \varepsilon - U_{\text{внутр}} = \varepsilon - Ir$$

$$U_{\text{внутр}} = Ir$$

Поскольку максимальный ток ограничен не бесконечностью, а током короткого замыкания, графики будут являться прямыми ограниченными отрезками.

### 13.9.3 Пример задачи на закон Ома для полной цепи

Дана электрическая цепь с  $\varepsilon_1 = 2,5B$ ;  $r_1 = 0,1\text{Ом}$ ;  $\varepsilon_2 = 1,1B$ ;  $r_2 = 0,05\text{Ом}$ ,  $R = 5\text{Ом}$ . Найти силу тока и  $\Delta\varphi_{AB}$ .

Решение:

Выберем направление тока, если ответ получится отрицательным, то это будет означать, что ток течет в направлении противоположенном выбранному.

Запишем закон Ома для участков АВ и ВА:

$$I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) - \varepsilon_2}{R + r_2} \Rightarrow \varphi_A - \varphi_B = I(R + r_2) + \varepsilon_2$$

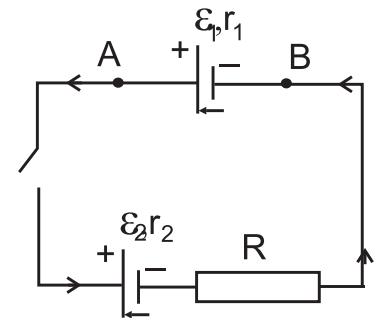
$$I = \frac{(\varphi_B - \varphi_A) + \varepsilon_1}{r_1} \Rightarrow \varphi_B - \varphi_A = Ir_1 - \varepsilon_1$$

Складываем, тогда

$$0 = I(R + r_1 + r_2) + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} = 0,27A$$

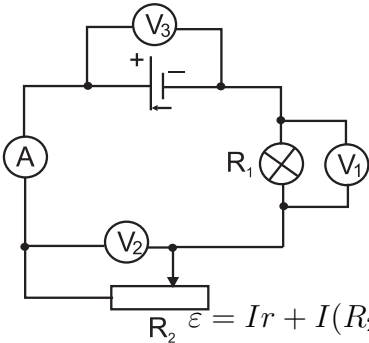
Последнее уравнение можно было получить сразу из закона Ома для полной цепи, но при решении задач с более сложными цепями это может оказаться очень сложным.

$$\Delta\varphi_{AB} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2}(R + r_2) + \varepsilon_2 = 2,47B$$



13.9.4 Пример задачи на изменение состава цепи

Ползунок реостата переместили влево, как изменились показания приборов? [Видеоразбор примера задачи.](#)



$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + r}$$

$$R_2 \downarrow \Rightarrow I \uparrow$$

$$U_1 = IR_1 \Rightarrow U_1 \uparrow$$

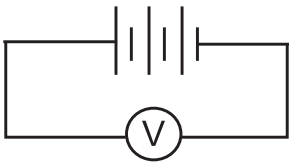
$$\varepsilon = Ir + I(R_2 + R_1) \Rightarrow U_3 = I(R_2 + R_1) = \varepsilon - I \uparrow r \Rightarrow U_3 \downarrow$$

С другой стороны пользуясь законами последовательного соединения

$$U_3 \downarrow = U_2 + U_1 \uparrow \Rightarrow U_2 \downarrow$$

13.10 Соединения источников в батарее

13.10.1 Последовательное соединение



Пользуясь законами последовательного соединения и аддитивностью работы получаем:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$r = r_1 + r_2 + r_3$$

Если включено последовательно n одинаковых источников

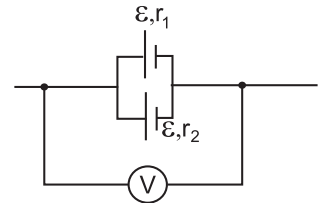
$$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr}$$

13.10.2 Параллельное соединение

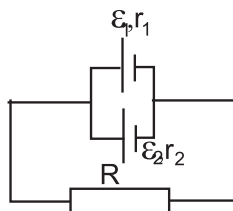
Если параллельно включено n одинаковых источников с одинаковым ЭДС, тогда

$$\varepsilon_{\text{батареи}} = \varepsilon$$

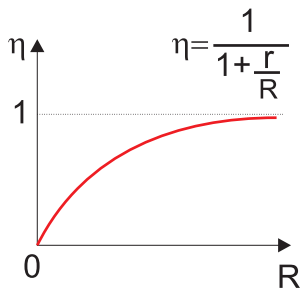
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$$



Если же параллельно включены разные источники, тогда надо для каждого конкретного случая решать задачу, разбивая электрическую цепь на однородные и неоднородные участки.



## 13.10.3 КПД источника



$$A_{\text{полн}} = A_{\text{стор}} + A_{\text{эл}} = A_{\text{стор}} = q\varepsilon$$

$$\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{A_{\text{полн}}} = \frac{qU_{\text{внеш}}}{q\varepsilon} = \frac{U_{\text{внеш}}}{\varepsilon} = \frac{IR}{I(R+r)}$$

$$\boxed{\eta = \frac{R}{R+r}}$$

Physics.spb.ru

## 13.11 Конденсатор в цепи постоянного тока

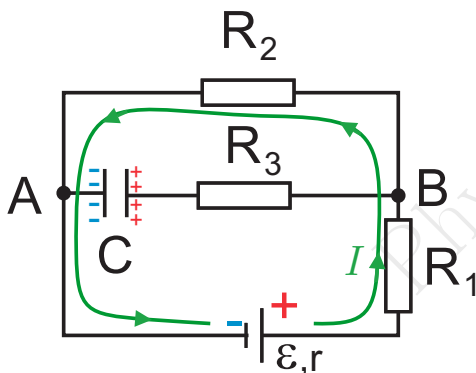
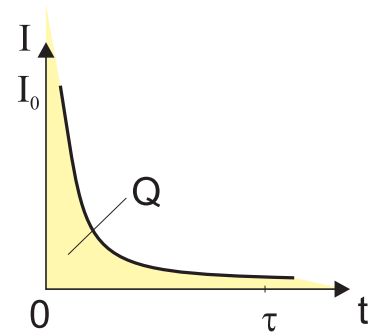
St. →

Конденсатор в цепи постоянного тока является разрывом цепи, т.е. сопротивление конденсатора по постоянному току – бесконечно большое.

Но при этом ток в цепи протекает в первое мгновение, пока конденсатор не зарядится за время  $\tau$ . При этом сила тока нелинейно убывает от значения  $I_0$  до полного нуля, т.к. с увеличением заряда на конденсаторе, следующим зарядам уже сложнее придти на обкладки конденсатора, т.е. при зарядке сопротивление конденсатора быстро увеличивается до бесконечности.

Рассмотрим пример расчета конденсатора в цепи переменного тока. Схема (рис.3) рассматривается в предположении, что конденсатор уже полностью заряжен. Будем считать, что  $R_1, R_2, R_3, C, \varepsilon, r$  известны и нужно найти заряд на обкладках конденсатора.

В подобных задачах, после зарядки конденсатора в подходящих к конденсатору проводах заряд не перемещается и ток через резистор  $R_3$  отсутствует.



$$I_3 = 0$$

Поэтому разность потенциалов на обкладках конденсатора будет совпадать с разностью потенциалов между точкой A и точкой B.

$$\Delta\varphi_C = \varphi_B - \varphi_A = \Delta\varphi_{AB}$$

т.к. участок AB подключен параллельно с  $R_2$ , то

Рис. 3:

$$\Delta\varphi_{AB} = \Delta\varphi_{R_2}$$

По закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_1 + R_2}$$

и по закону Ома для однородного участка цепи

$$\Delta\varphi_{R_2} = IR_2 = \frac{\varepsilon R_2}{r + R_1 + R_2}$$

Тогда заряд на обкладках конденсатора

$$q = C\Delta\varphi_C = C\Delta\varphi_{R_2} = \frac{C \cdot \varepsilon \cdot R_2}{r + R_1 + R_2}$$

## 13.12 Работа и мощность тока

Когда мы начинали рассматривать ток, то говорили, что источник тока преобразует какой-либо вид энергии в энергию электрического тока. А для чего вообще существует ток? С помощью тока удобно например передавать энергию на расстоянии. Но в итоге, для использования энергии тока необходимо научиться преобразовывать его опять в другие виды энергии.

Энергия электрического тока может быть преобразована в следующие виды энергии:

1. Свет+тепло - свечение газов, светодиоды
2. Тепло - неподвижные металлы
3. Механическая работа+тепло - проводники, движущиеся в магнитном поле
4. химическая реакция+тепло - ток в электролитах

$$A_{\text{эл}} = q\Delta\varphi = I\Delta\varphi\Delta t; \quad \boxed{A_{\text{эл тока}} = I\Delta\varphi\Delta t}$$

$$1\text{Дж} = 1\text{А} \cdot 1\text{В} \cdot 1\text{с}$$

$$P = \frac{A}{\Delta t} \Rightarrow \quad \boxed{P = I\Delta\varphi}$$

**Def.** Электрическая мощность показывает какую работу совершает электрический ток за единицу времени.

Единицы измерения:

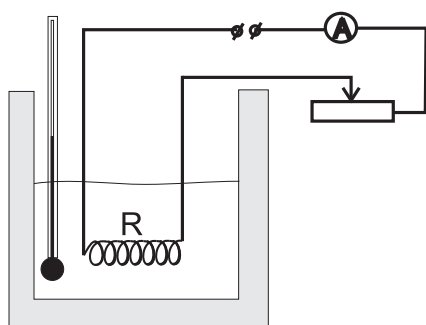
$$[P] = \text{Вт} \quad \Rightarrow \quad 1\text{Вт} = 1\text{А} \cdot 1\text{В}$$

В качестве единицы измерения работы электрического тока обычно используют не Джоули, а кВт·часы:

$$[A] = \text{кВт} \cdot \text{ч} = 10^3\text{Вт} \cdot 3600\text{с} = 3,6 \cdot 10^6\text{Дж}$$

### 13.12.1 Закон Джоуля-Ленца для однородного участка цепи

Закон Джоуля-Ленца является экспериментальным законом, т.е. зависимость между теплом током, сопротивлением и временем установлена в ходе эксперимента.



$$\begin{aligned} Q &\sim I^2 \\ Q &\sim R \\ Q &\sim \Delta t \end{aligned}$$

Силу тока в цепи меняем при помощи реостата. Кол-во теплоты которое получает вода, прямопропорционально  $I^2$ . Если взять спираль с большим сопротивлением, то тепла выделится больше.

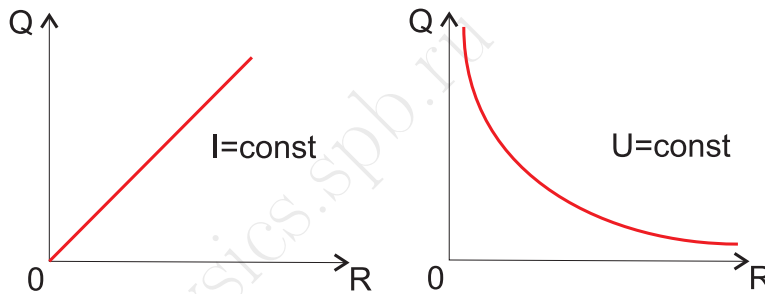
Если считать, что работа тока идет только на нагревание, то

$$A = I\Delta\varphi\Delta t; \quad I = \frac{\Delta\varphi}{R} \Rightarrow Q = A = I^2 R\Delta t = \frac{\Delta\varphi^2}{R}\Delta t$$

Итак, обобщим полученные результаты:

$Q = I\Delta\varphi\Delta t$	$P = I\Delta\varphi$
$Q = I^2 R\Delta t$	$P = I^2 R$
$Q = \frac{\Delta\varphi^2}{R}\Delta t$	$P = \frac{\Delta\varphi^2}{R}$

Если ток протекает через элементы одинаковый, как при последовательном соединении, то мощность выделяемая на элементах, будет прямопропорциональна их сопротивлению. Если одинаковое напряжение, то мощность обратнопропорциональна сопротивлению.



### 13.12.2 Мощность во внешней цепи.

Рассмотрим полную электрическую цепь, в которой внешний участок является однородным. Эту мощность еще называют полезной мощностью в случае, когда целью протекания тока является выделение тепла в цепи.

Мощность на внешнем участке цепи будет определяться следующей формулой

$$P_{\text{внеш}} = IU_{\text{внеш}} = I^2 R$$

Для силы тока можно записать закон Ома для полной цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

тогда мощности получится следующее выражение

$$P_{\text{внеш}}(R) = I^2 R = \frac{\varepsilon^2}{(R + r)^2} R$$

Мощность во внешней цепи будет нелинейно зависеть от сопротивления внешнего участка. Для того, чтобы построить функциональную зависимость мощности от сопротивления внешнего участка, возьмем первую производную и приравняем ее нулю. Это позволит найти в данном случае максимум функции.

$$\frac{dP_{\text{внеш}}}{dR} = \varepsilon^2 \left( \frac{1 \cdot (R+r)^2 - R \cdot 2(R+r)}{(R+r)^4} \right) = 0$$

$$(R+r) \cdot (R+r-2R) = (R+r)(r-R) = 0 \Rightarrow R=r$$

Т.е. максимальная мощность на внешнем участке будет выделяться, когда сопротивление этого участка будет совпадать с сопротивлением источника ЭДС.

При этом полная мощность во всей цепи это мощность источника ЭДС.

$$P_{\text{полн}} = I\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R+r}$$

Если построить графики полной мощности, мощности во внешней цепи и КПД источника, тогда получатся следующие функциональные зависимости:

