19 Элементы специальной теории относительности (СТО)

19.1 Соременные преставления о пространстве и времени. Постулаты СТО.

Давайте вспомним классическую механику и историю ее развития. До XVI века практически рассматривались неподвижные тела (естественно относительно Земли). Этого было достаточно, т.к. Земля считалась абсолютно неподвижной, центром мироздания.

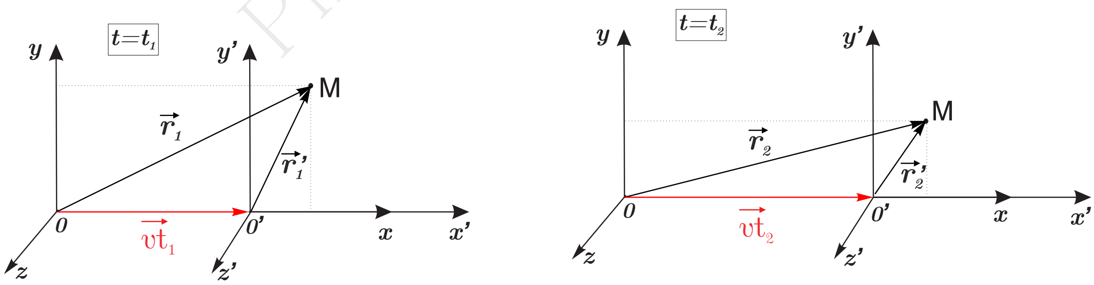
С XVI до XIX века благодаря прогрессивным идеям Коперника, Галилея, а затем Исаака Ньютона была создана строгая, фундаментальная, казалось бы, законченная классическая механика.

Вспомним основные понятия классической механики:

1. Инерциальная система отсчета.
2. Преобразования Галилея.
3. Принцип относительности в классической механике.
4. СО: тело отсчета, система координат, устройство для измерения времени.

Начинаем с преобразований Галилея. Внимательнее следите за вещами, которые используются бездоказательно.

Две системе координат: одна условно неподвижная, другая движется относительно нее с постоянной скоростью.
Давайте для простоты предположим движение вдоль оси OX.



Рассмотрим общий случай:

$$t = t_1 : \quad \vec{r}_1 = \vec{r_1}' + \vec{vt_1}$$

$$t = t_2 : \quad \vec{r}_2 = \vec{r_2}' + \vec{vt_2}$$

$$\vec{r_2} - \vec{r_1} = \vec{r_2}' - \vec{r_1}' + \vec{v}(t_2 - t_1)$$

$$\vec{\Delta r} = \vec{\Delta r}' + \vec{v}\Delta t$$

Чтобы теперь получить **правило сложения скоростей** достаточно разделить уравнение на Δt:

$$\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\vec{\Delta r}'}{\Delta t} + \frac{\vec{v}\Delta t}{\Delta t}$$

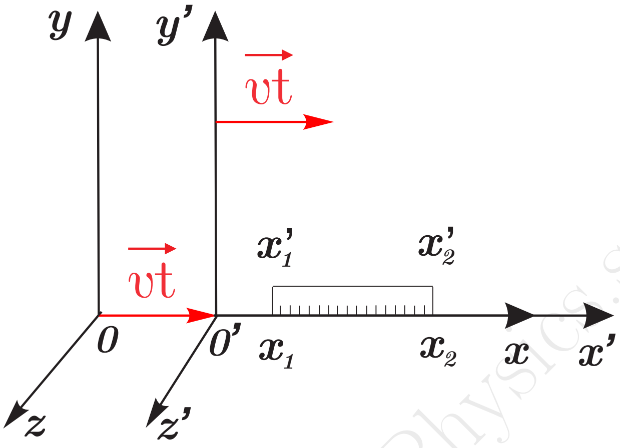
И устремив $\Delta t \to 0$ получим соотношение для мгновенных скоростей:

$$\boxed{\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}} \tag{1}$$

Здесь мы пользовались фактами, что время по часам в штрихованной и нештрихованной системах идет одинаково.

В механике Галилея-Ньютона постулируется, что пространство изотропно и что время во всех СО течет одинаково.

Найдем величины, которые в классической механике не изменяются при переходе их одной ИСО в другую.



Длина линейки в покоящейся СО:

$$l = x_2 - x_1$$
$$l' = x_2' - x_1'$$
$$l = x_2 - x_1 = x_2' + vt - x_1' - vt = x_2' - x_1' = l'$$
$$\boxed{l = l'} \tag{2}$$

Длина является инвариантом для перехода между двумя инерциальными системами отсчета.

$$a_y' = \frac{v_{2x}' - v_{1x}'}{\Delta t}$$
$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$$

Если двигаться только по y, то:
$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{\Delta t} = \frac{v_{2x}' + u_x - v_{1x}' - u_x}{\Delta t} = \frac{v_{2x}' - v_{1x}'}{\Delta t} = a_x'$$
Аналогично, если движение существует по другим осям, тогда:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}'} \tag{3}$$

Во всех выводах, которые только что были проделаны, постулируется, что время также является инвариантной величиной:

$$\boxed{\Delta t = \Delta t'} \tag{4}$$

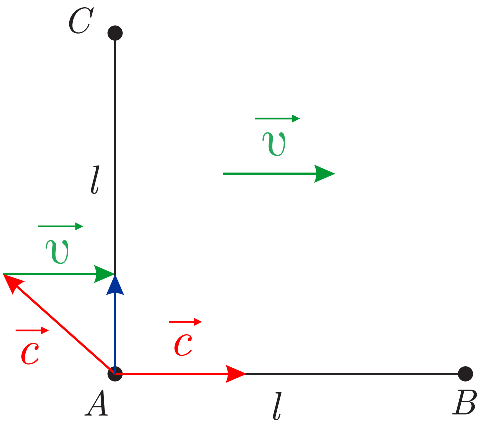
Таким образом, в классической механике мы имеем дело с инвариантом длины, ускорений (а следовательно – силы) и времени.

Все механические явления протекают одинаково во всех СО, которые движутся относительно друг друга с постоянной скоростью. Это – принцип относительности Галилея в классической механике.

19.2 Опыт Майкельсона-Морли.

В конце XIX века в физике возник кризис, состоящий в следующем:
Между классической механикой Ньютона и электродинамикой Максвелла возникло противоречие. Оно заключалось в "неподчинении"скорости света в вакууме классическому закону сложения скорости, который отражает пространственно-временные представления, лежащие в основе классической физики.

Майкельсон и Марлей постарались "уловить"эфирный ветер. Рассмотрим предварительную задачу. От пункта А в пункты В и С, расположенные на одинаковом удалении, летают самолеты с одинаковой скоростью c. Ветер дует от пункта А к В. На сколько отличаются временна, потраченные самолетами на дорогу "туда и обратно".



$A - B - A:$

$$t_1 = \frac{l}{v+c} + \frac{l}{c-v} = \frac{2l}{c}\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

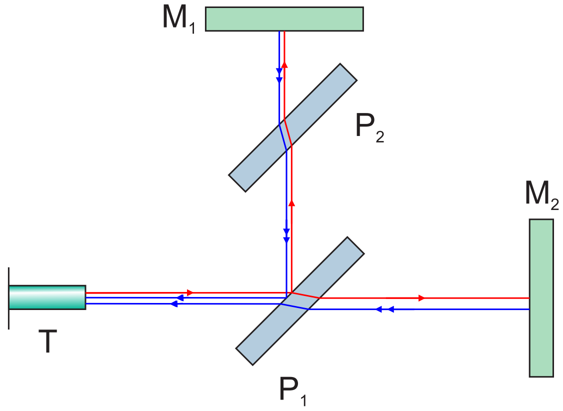
$A - C - A:$

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{2l}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow t_2 \neq t_1$$

Время получается разным и Δt будет зависеть от скорости ветра.

Около 1880 года американский физик Альберт Майкельсон придумал оптический прибор высокой точности - двухлучевой интерферометр, который зная длину волны позволял измерить неизвестное изменение длин плеч (или наоборот зная длины плеч. позволял определить длину волны). Интерферометр позволил поставить эксперимент, который доказал, что эфир, как среда в которой распространяется свет, отсутствует.

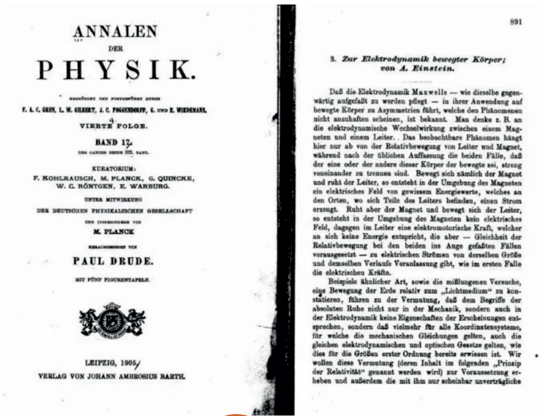
Целью первого эксперимента (1881) было измерение зависимости скорости света от движения Земли относительно эфира. Результат первого эксперимента был отрицательным — смещения полос не совпадают по фазе с теоретическими, а колебания этих смещений только немного меньше теоретических. Статья о результатах опыта вызвала критику нидерландского физика-теоретика Хендрика Лоренца, который указал, что теоретическая точность опыта была завышена.



Позже, в 1887 году, Майкельсон, совместно с Морли, провёл аналогичный, но существенно более точный эксперимент, известный как эксперимент Майкельсона — Морли. Установка Майкельсона — Морли: интерферометр размещён на массивной каменной плите, плавающей в ртути, чтобы устранить изменение длины плеч интерферометра при повороте аппарата. Свет от монохромного источника света попадал на полупрозрачное стекло и разделялся на два перпендикулярных пучка, которые проходили одинаковые расстояния и, после отражения от зеркал, попадали в зрительную трубу, где наблюдалась интерференция.

Так как Земля вращается и движется вокруг Солнца, при повороте плиты (изменится направление распространения света о отношению к скорости движения Земли), то должно было бы наблюдаться изменение интерференционной картины.

Опыт Майкельсона-Морли показал, что наблюдаемое смещение несомненно меньше теоретического. Под влиянием этих результатов Джордж Фитцджеральд и Лоренц выдвинули гипотезу о сокращении материальных тел в направлении движения в неподвижном и неувлекаемом эфире (1889).



ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH
F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 17.
DER GANZEN REIHE 322. BAND.

KURATORIUM:
F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
UND INSBESONDERE VON
M. PLANCK
HERAUSGEGEBEN VON
PAUL DRUDE.

MIT FÜNF FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1905.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

891

3. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper;*
von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium" zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität" genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

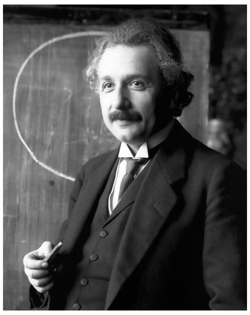
NB!

Отрицательный результат опыта Майкельсона показал, что классический закон сложения скоростей не применим к явлениям, связанным со скоростью света, то есть имеет ограниченную область применения.

Так как закон сложения скоростей является следствием преобразований Галилея, то и эти преобразования имеют ограниченную область применения. Все это приводило к необходимости радикального пересмотра классических представлений о пространстве и времени.

Начинается третий этап в развитии механики.

В 1905 г. в журнале «Анналы физики» вышла знаменитая статья А. Эйнштейна «К электродинамике движущихся тел», в которой была изложена специальная теория относительности (СТО).



Альберт Эйнтшейн (1879-1955)

Постулаты специальной теории относительности.

1. *Принцип относительности:*
   Все ИСО равноценны. В них не только механические, но и все другие явления природы протекают одинакого.

2. *Принцип постоянства скорости света:*
   *Во всех ИСО скорость света в вакууме постоянна и равна **c***

19.3 Относительность одновременности.

Опыт Майкельсана-Марлея показал, так же как и большое колчество опытов по определению c от движущихся объектов показали, постоянство c во всех ИСО.

Объяснение кризиса физики с небольшим интервалом дали два человека: Эйнштейн – немного раньше, физически, Луи Пуанкаре – чуть позже, математически.Считается, что эта теория принадлежит Эйнштейну, хотя Пуанкаре внес значительный математический вклад.

Эйнштейн показал, что при выводе преобразований Галилея в неявном виде вводились два положения, которые казались на столько очевидными, что их не считали нужными обосновывать.

1. *Полагали, что одновременность двух событий есть понятие абсолютное.*

2. *Предполагалось, что длина стержня во всех ИСО одинакова.*

Как выяснилось, эти предположения оказались неверными. Расстояние и время не остаются неизменными при переходе из условия неподвижной СО в подвижную.

Давайте подумаем, сохраняет ли абсолютный характер одновременность событий, происходивших в одной точке пространства, в разных точках? С чем это связано?

Из постулатов СТО вытекает ряд следствий:

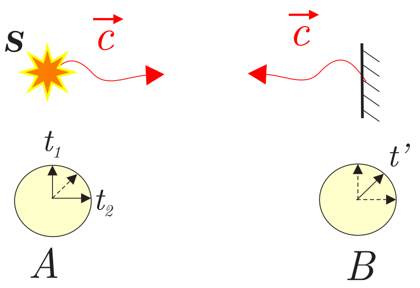
1. *Одновременность событий, происходящих в одном и том же месте пространства сохраняет свой абсолютный характер.*

2. *Одновременность событий, происходящих в разных местах пространства, становятся относительным событием, зависящим от движения материальных объектов друг относительно друга.*

Синхронизация часов - установление единого начала отсчета времени в задании СО.

В классической механике с временем поступили с одной стороны осторожно, а с другой до невозможности неаккуратно:

Ньютон писал: "абсолютное время само по себе и по самой своей сущности без всякого отношения к чему-либо протекает равномерно."Он ввел понятие времени "кажущегося обыденного измеряющего приборами. Сейчас время научились измерять очень точно, пользуясь атомными часами: постоянство излучения света атомами. Как узнать, что часы, находящиеся в разных точках пространства идут синхронно? Тоже, как узнать, что события в точках A и B, удаленных друг от друга, происходит одновременно? Нужно установить в точках A и B единое начало отсчета времени. Как это сделать?



Если установить синхронно часы в точке A, затем перенести их в точку B, то они в момент переноса испытывают ускорение, и что при этом происходит с ходом этих часов неизвестно.

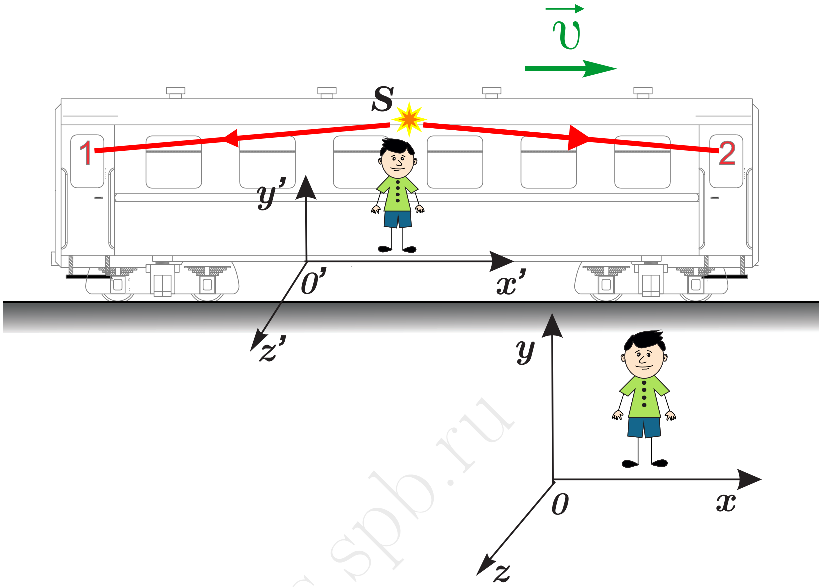
Эйнштейн на основе I постулата своей теории предположил делать это так:

Пусть по часам A в момент t_1 отправляем сигнал (c), в момент отражения в точке B часы так показывают t'. Возвращается сигнал в точку A во время t_2.

Тогда считается, что часы идут синхронно, если

$$t' = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$$

Рассмотрим пример с поездом Эйнштейна, иллюстрирующий относительность одновременности двух событий, происходящих в разных точках пространства.



Пусть в центре вагона висит лампочка, которую можно включить и выключить. Первая и вторая дверь вагона, открываются по сигналу света, пришедшему от лампочки.

Включим лампочку. Свет в вагоне, по направлению движения и против, распространяется с одинаковой скоростью, поэтому он дойдет и до первой и до второй двери, в один и тот же момент времени.

Наблюдатель в вагоне увидит, что двери открываются одновременно.

Теперь рассмотрим это с точки зрения наблюдателя на земле. Относительно него свет тоже распространяется с одинаковой скоростью по направлению движения поезда, и против (в соответствии с постулатом постоянства скорости света). При этом первая дверь движется навстречу свету, и свету необходимо пройти меньшее расстояние, а вторая дверь уезжает от света. Ему необходимо пройти большее расстояние. Поэтому до второй двери свет дойдет позже, чем до первой.

Наблюдатель на земле увидит, что первая дверь открывается раньше.

St. ➡ ***Понятие одновременности двух событий произошедших в разных точках пространства носит относительный характер.***

St. ➡ ***Понятие одновременности двух событий будет абсолютным, только в случае, если они происходят в одной точке пространства.***

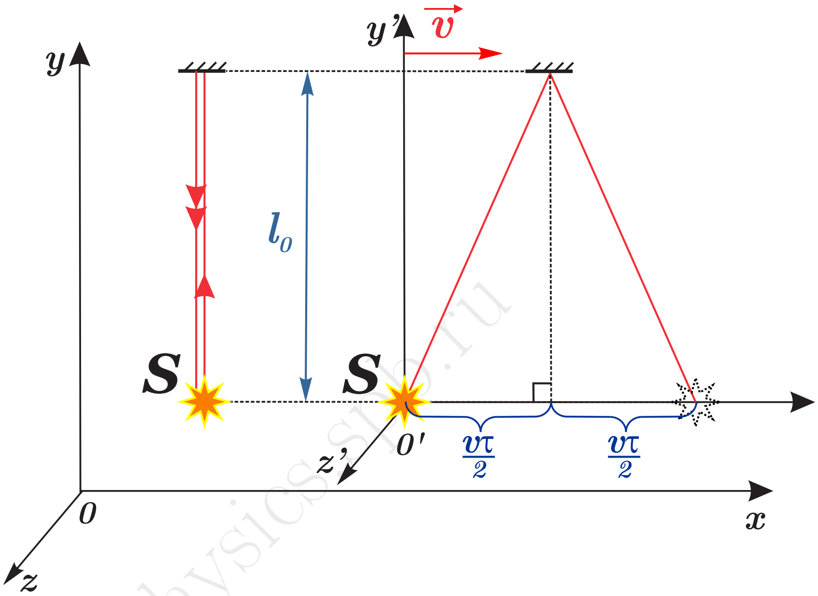
Из относительности одновременности следует относительность длины и расстояний.

19.4 Относительность промежутков времени.

Вернемся к опыту с двумя часами в точках A и B.

Рассмотрим промежуток времени для возврата света в точку A, находясь в этой точке. Поскольку испускание света и наблюдение за возвратом происходят в одной и той же точке пространства

$$\tau_0 = \frac{2l_0}{c}$$



Тот же самый промежуток времени измеренный в неподвижной системе отсчета, относительно которой два события, испускание света и прием, происходящие в движущейся системе отсчета, будет равно:

$$\tau = \frac{2\sqrt{l_0^2 + (\frac{v\tau}{2})^2}}{c}$$

$$\tau^2 = \frac{4}{c^2}\left(l_0^2 + \frac{v^2\tau^2}{4}\right) = \frac{4l_0^2}{c^2} + \frac{v^2\tau^2}{c^2}$$

$$\tau^2 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{4l_0^2}{c^2} = \tau_0^2$$

$$\boxed{\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \qquad (5)$$

Время, измеренное по часам вне СО в которой события происходят в одной точке - собственное время. Оно минимально. В данном системе координат часы идут быстрее. Эффект называется замедлением времени в движущейся системе.

Таким образом мы еще раз показали, что промежуток времени - величина относительная. *Явление замедления времени относительно экспериментально при наблюдении распада частиц.*

Можно рассчитать сколько времени живет частица. Поскольку практически все частицы движутся, то время их жизни в лабораторной СО становится больше.

Вернемся к примеру с поездом и открывающимся дверьми. Если поезд движется со скоростью света, то тогда дверь "2 которая от света "убегает"никогда не откроется для наблюдателя в "неподвижной системе и откроется через время $\tau_0 = \frac{l_0}{2c}$ для наблюдателя в вагоне. Тогда:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \xrightarrow[V \to c]{} 0} \to \infty$$

19.4.1 Пространственно-временной интервал

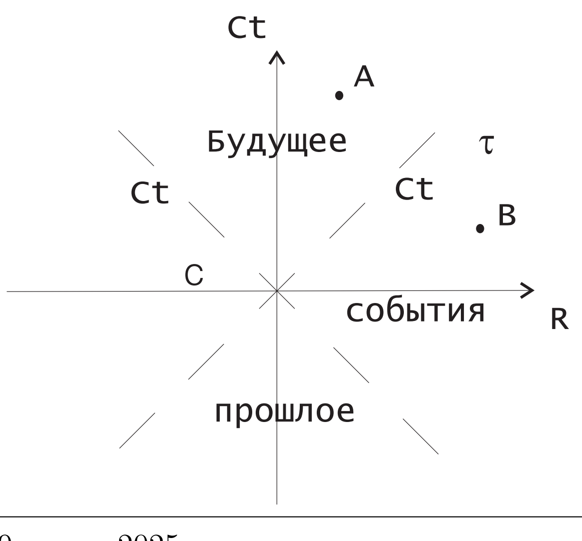
Когда события происходят в одной точке - говорят, что они разделены временным интервалом. Это время и есть τ_0(собственное)

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \Leftrightarrow \tau_0^2 = \tau \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$$

$$\tau_0^2 c^2 = \tau^2 c^2 - \tau^2 V^2$$

$\tau_0^2 c^2$ – величина абсолютная.
$\Rightarrow$ для другой СО:
$\tau_0^2 c^2 = \tau_1^2 c^2 - \tau_1^2 V_1^2$
$\left.\begin{array}{l} \tau_1 V_1 = R_1 \\ \tau_2 V = R \end{array}\right\} \Rightarrow \tau^2 c^2 - R^2$ – инвариантная величина, пришла на смену инвариантности длины и времени.
$S = \sqrt{\tau^2 c^2 - R^2}$ *– пространственно-временной интервал, инвариантность которого устанавливает связь между пространством и временем.*

19.4.2 Световой конус



точка A: информация события C может быть получена.
точка B: информация о событии C никаким образом не може быть получена.

<u>Пример со взрывом сверхновой звезды.</u>
Пусть 15 минут назад произошел взрыв сверхновой звезды (15 минут назад по Земному времени), находящейся на расстоянии 100 световых лет. Естественно, что об этом событии мы узнаем только тогда, когда до нас дойдет свет. Сейчас мы вне светового конуса (это событие точки B)

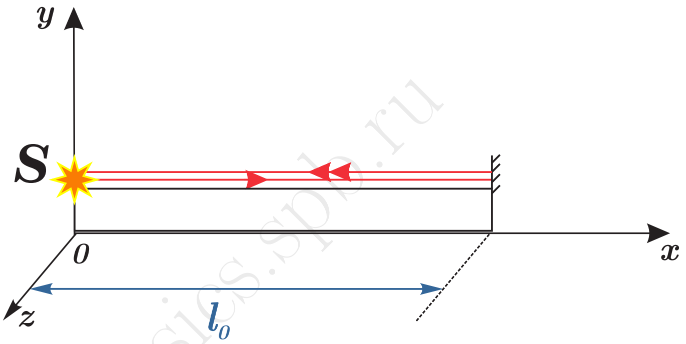
19.5 Относительность расстояний.

В чем же сложность в определении длины в специальной теории относительности? Как через координаты определить длину?

Def. Длина стержня – это разность координат его концов, измеренных одновременно.

Т.к. понятие одновременности относительно, то длина тоже относительна. NB!

Как можно измерить длину? Как осуществить одновременное измерение координат концов отрезка? Предлагается следующая последовательность действий. В СО, в которой стержень покоится. Это собственная система отсчета.

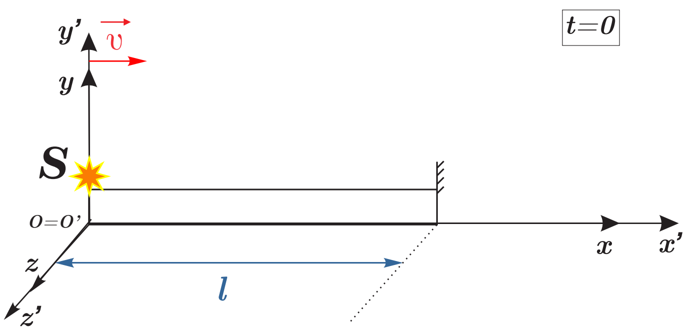


В этой СО длину можно определить так: т.к. свет распространяется равномерно со скоростью c, то заметим момент времени посылки сигнала из $(\cdot)O$ и возвращения. Это τ_0.

$$\tau_0 = \frac{2l_0}{c}$$

Теперь рассмотрим движущийся стержень в неподвижной системе отсчета. Свяжем одну из систем отсчета с движущимся телом.

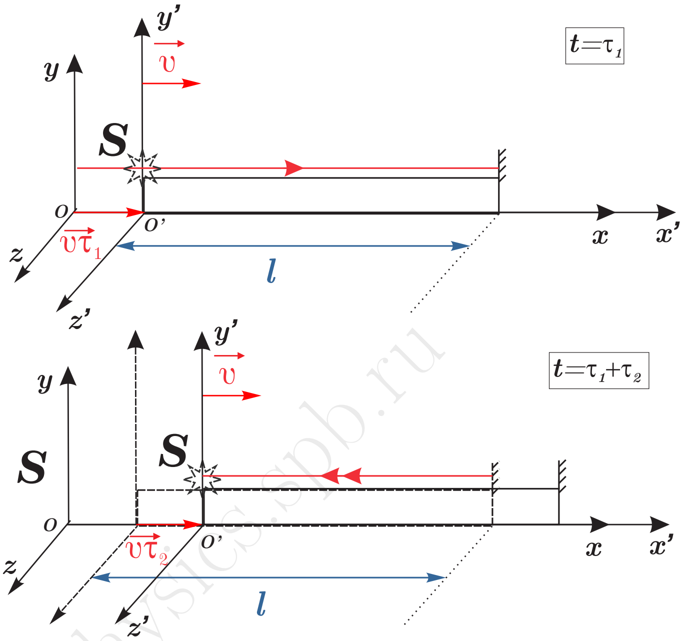
Пусть в начале неподвижная и подвижная системы отсчета совпадают. В начальный момент времени источник света испускает луч в направлении движения тела, вдоль оси OX.



Пока свет идет до зеркала, тело вместе с зеркалом успеет сместиться на расстояние $v\tau_1$. вдоль оси OX.

τ_1 — *время движения светового сигнала от* $(\cdot)O$ *до зеркала, измеренное в неподвижной СО. Когда свет идет обратно, то источник S движется ему навстречу.*

τ_2 — *время движения в обратном направлении, так же измеренное в неподвижной системе отсчета.*



Сигнал, принимающийся в $(\cdot)S_2$:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

Путь, проходимый светом до зеркала:

$$l + v\tau_1 = c\tau_1 \Rightarrow \tau_1 = \frac{l}{c - v}$$

Путь, проходимый обратно:

$$l - v\tau_2 = c\tau_2 \Rightarrow \tau_2 = \frac{l}{c + v}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = \frac{2l}{c}\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Причем это время τ измерено по часам неподвижного наблюдателя. Значит оно больше:

$$\tau = \tau_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2l}{c}\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Приравняем:

$$\frac{2l}{c}\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2l_0}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$\boxed{l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (6)$$

Собственная длина, измеренная в системе отсчета, в которой стержень покоится — наибольшая. Длина стержня в любой СО, относительно которой он движется, меньше собственной длины.

Это называется эффектом сокращение длины вдоль направления движения тела. Т.е. для стороннего наблюдателя, длина тел будет сокращаться вдоль линии движения тела.

Пример:

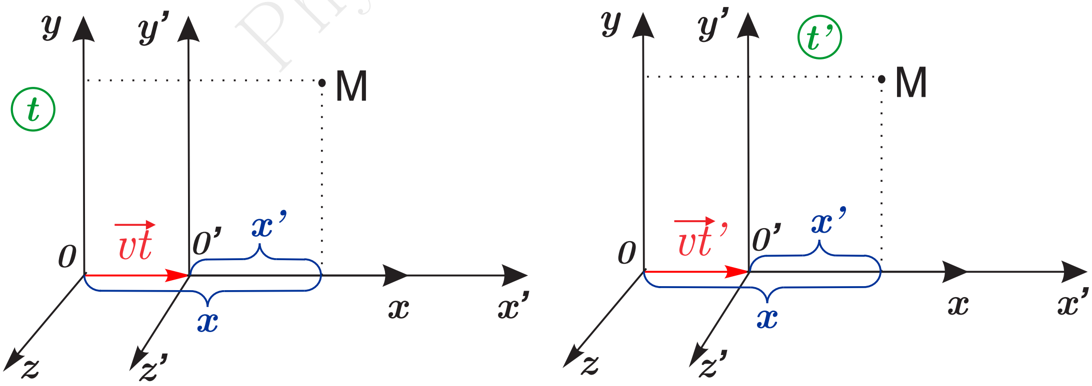
Наблюдатель стоит рядом с сараем, длина которого 10 метров. Мимо него со скоростью $\frac{\sqrt{3}c}{2}$ бежит спортсмен, несущий шест длиной l_0=20 метров. Поместится ли он в сарай? Обсудим точки зрения обоих наблюдателей.

19.6 Преобразование Лоренца.

Мы поговорили об определении (связи) длины, времени в различных СО. Теперь настала очередь придумать преобразования, связывающие перемещения и скорости различных СО. Это было сделано Лоренцом.

Преобразования координат, соответствующие постулатам теории относительности, были впервые сделаны Лоренцем.

Рассмотрим координаты $(\cdot)M$ в двух СО. Упрощая задачу, рассматриваем движение только вдоль одной оси.



Пусть $t = t' = 0$. Тогда измерим координаты $(\cdot)M$ через некоторое время после начала наблюдения. В направлениях, перпендикулярных движению, координаты меняться не будут.

$$y = y', \quad z = z'$$

Рассмотрим теперь координаты, вдоль направления движения из неподвижной системы отсчета XOY.

$$x = vt + \underbrace{x'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}_{\text{длина отрезка } x'\text{,измеренная в СО } XOY} \Rightarrow x' = \frac{x-vt}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Наблюдатель неподвижен в "штрихованной"системе отсчета $X'O'Y'$

$$x' = \underbrace{x\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}_{\text{длина отрезка x, измеренная в системе } X'O'Y'} - vt'$$

Приравняв x' из двух последних выражений, получаем:

$$\frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = x\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - vt'$$

$$\Rightarrow t' = \frac{x}{v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{\frac{x}{v} - t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{x}{v} - \frac{x}{v}\frac{v^2}{c^2} - \frac{x}{v} + t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t - v\frac{x}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{t' = \frac{t - v\frac{x}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

Т.о., время зависит не только от относительной скорости движения систем, а и еще от координаты точки нахождения. Перепишем преобразования в стандартном виде:

$$\boxed{x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, y = y', z = z'} \tag{7}$$

$$\boxed{t = \frac{t' + \frac{x'}{c^2}v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} \tag{8}$$

Замена преобразований Галилея преобразованием Лоренца не отвергает полностью преобразований Галилея.

Преобразования Лоренца показывают, что преобразования Галилея имеют ограниченную область применимости $v \ll c$. Сами преобразования Лоренца применимы при любых скоростях.

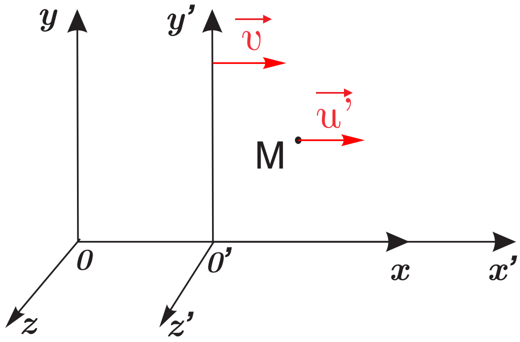
Принцип соответствия:

$$v \ll c \Rightarrow \lim_{v\to c}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 1 \Rightarrow x = x' + vt$$

$$\lim_{v\to c}\frac{t' + \frac{x'}{c^2}v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = t' \Rightarrow t = t'$$

19.7 Релятивистский закон сложения скоростей.

Для простоты рассмотрим случай, когда тело (материальная точка) движется в том же направлении, что и подвижная СО, относительно условно неподвижной.



Скорость тела в движущейся системе отсчета:

$$u' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$$

Скорость тела в неподвижной системе отсчета:

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Из преобразований Лоренца для координат имеем:

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \Delta x' \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Вычисляя скорость, получим:

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\Delta t' + \Delta x' \frac{v}{c^2}} = \frac{\frac{\Delta x'}{\Delta t'} + v}{1 + \frac{\Delta x'}{\Delta t'}\frac{v}{c^2}} = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'}$$

$$\boxed{u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'}}$$

Т.к. при выводе появляется радикал $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, из области его определения следует, что это преобразование справедливо при $v \leq c$

В случае $v \ll c$ релятивистское преобразование скоростей переходит в классическое:

$$\lim_{\frac{v}{c} \to 0} (1 + \frac{v}{c^2}u') \to 1 \Rightarrow u = u' + v$$

19.7.1 Задачи.

1. С какой скоростью будет двигаться частица относительно неподвижного наблюдателя, если ее скорость в СО, движущейся относительно наблюдателя со скоростью $\frac{c}{2}$, тоже равна $\frac{c}{2}$ (скорости сонаправленны)?

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'} = \frac{c}{1 + \frac{c}{2}\frac{1}{c^2}\frac{c}{2}} = \frac{4}{5}c$$

2. Что произойдет, если обе скорости станут c?

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'} = \frac{2c}{1 + \frac{c}{c^2}c} = c$$

В природе не может быть скорости большей, чем скорость света, которая недостижима для частиц вещества.

19.8 Масса в специальной теории относительности.

19.8.1 Разгон вещественной частицы ускорителе.

Рассмотрим следующий пример из классической физики.

Пусть начальная скорость какого–то вещественного тела в некоторой ИСО ноль ($v_0 = 0$). На это тело действует постоянная сила $F = const \Rightarrow$

$$F = ma = m\frac{v}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{F\Delta t}{m}$$

Отсюда видно, что любое тело можно за конечное время разогнать до скорости равной скорости света. Оценим это время.

В циклотроне (синхрофазотроне) на протоны действует сила Лоренца. Она не увеличивает скорость. Ускоряет протоны электрическое поле между дуантами. Пусть электрическое поле $E = 10/\text{м}$

Тогда

$$\Rightarrow v = \frac{qE\Delta t}{m} = c \Rightarrow \Delta t = \frac{cm}{qE} = \frac{3\cdot 10^5 \cdot 1,7\cdot 10^{-27}\text{кг}}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10\text{В}/\text{м}} = \underline{0{,}3\ \text{с}}$$

Опыт при этом показывает, что протоны не разгоняются до скорости света.

Рассмотрим ускорение частицы с точки зрения закона сохранения энергии:

Пусть протон, пролетая расстояние 1—2 ($\Delta\varphi$), приобретает скорость света $\Rightarrow$

$$\Pi_1 = \Pi_2 + K_2 \Rightarrow e\varphi_1 = e\varphi_2 + \frac{mc^2}{2}$$

$$e\Delta\varphi = |\Delta\Pi| = \frac{mc^2}{2} = \frac{1,7\cdot 10^{-27}\text{кг}\cdot 9\cdot 10^{16}\text{м}^2/\text{с}^2}{2} = 7,2\cdot 10^{-11}\text{Дж}$$

Переведем полученное значение в эВ.

$$1\text{эВ} = 1,6\cdot 10^{-19}\text{Дж} \Rightarrow A_{\text{эл}} = |\Delta\Pi| = \frac{7,2\cdot 10^{-11}\text{Дж}}{1,6\cdot 10^{-19}\text{Дж}/\text{эВ}} = 4,5\cdot 10^8\text{эВ} = 0,45\text{ГэВ}$$

На линейных ускорителях получают энергию до десятков ГэВ, но протоны не разгоняются до скорости света.

Причина в том, что масса вещественных частиц, зависит от их скорости:

$$m = m(v)$$

19.8.2 Виды масс в теории относительности.

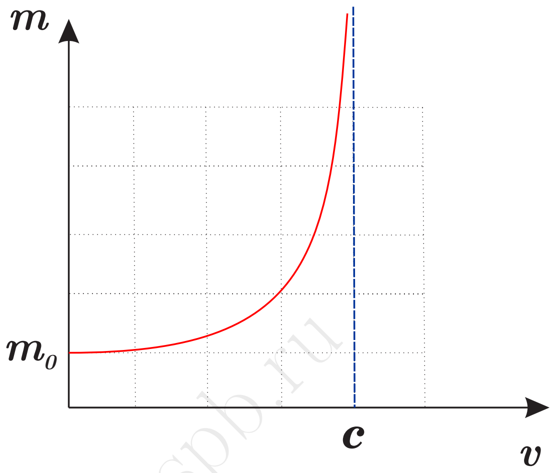
В специальной теории относительности принято выделять две массы:

1. **Масса покоя m_0** – это масса покоящегося тела в СО. Это инвариантная величина, которая одинакова для всех наблюдателей во всех системах отсчёта. Именно эта масса используется в классической физике.

Все частицы вещества обладают ненулевой массой. NB!

2. **Релятивистская масса** m – это масса тела, которое движется в выбранной системе отсчета, эта масса будет зависеть от скорости:

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$



Именно поэтому в ускорителях частицы не разгоняются до скорости света. При приближении к скорости света, нужно увеличивать силу действующую на частицу. Причем при приближении к скорости света, сила должна возрасти до бесконечности. Аналогично с энергией.

St. ➡ *Ни один вещественный объект нельзя разогнать до скорости равной скорости света.*

Для невещественных частиц, отвечающих за взаимодействие, например для фотона, который отвечает за электромагнитное взаимодействие, масса покоя будет равна нулю.

$$m_0 = 0, v = c, m_{ф} = \frac{0}{0}$$

Для фотона нельзя применять формулу релятивистской массы.
Эйнштейн высказывает интересную гипотезу, похожую на ЗСЭ.

Law ➡ *Для замкнутой системы, через границы которой не проходят частицы вещества или свет и не обменивающейся энергией с прочими системами*

$$\boxed{m_{сист} = const}$$

Это показывает, что для разгона тела требуется энергия, что приводит к увеличению массы тела.

19.8.3 Второй закон Ньютона в релятивистской физике.

Поскольку масса тела зависит от скорости, это можно учесть в импульсе.

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{m_2\vec{v_2} - m_1\vec{v_1}}{\Delta t}$$

Релятивистская запись II закона Ньютона:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{\vec{P}(t_2) - \vec{P}(t_1)}{\Delta t}}$$

19.8.4 Связь между массой и энергией.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_0(1-\frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} = m_0(1 + (-\frac{1}{2})(-\frac{v^2}{c^2}) + \frac{(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})}{1\cdot 2}\frac{v^4}{c^4} + \frac{(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})(-\frac{5}{2})}{1\cdot 2\cdot 3\cdot}\frac{v^6}{c^6} + \cdots$$

Рассмотрим несколько первых слагаемых, домножив все на c^2

$$(m-m_0)c^2 = m_0\frac{v^2}{2} + \frac{3}{8}\frac{m_0v^4}{c^2} + \frac{5}{16}\frac{m_0v^6}{c^4} + \cdots$$

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

При $v \ll c$ можно оставить только первое слагаемое. Это слагаемое есть кинетическая энергия.

$\boxed{E = mc^2}$—полная энергия.

$$E_0 = m_0c^2$$

Интересно, что такое $E_0 = m_0c^2$, где она запасена? Это то самое слагаемое, которое в виде константы присутствует в выражении внутренней энергии тела.

Если вещество из которого состоит тело перевести в излучении, то выделяется энергия $\Delta E = \Delta mc^2$.

Во всех известных в настоящее время процессах сохраняется полная энергия замкнутых систем, частиц или тел.