

# 1 Кинематика

## 1.1 Виды движения. Система отсчета. Материальная точка.

1.1.1<sup>0</sup> Что на рисунке 1 движется поступательно, а что вращательно?

1.1.2<sup>0</sup> Какие элементы аттракциона "Колесо обозрения" (Рис. 2) движутся поступательно, а какие вращательно?

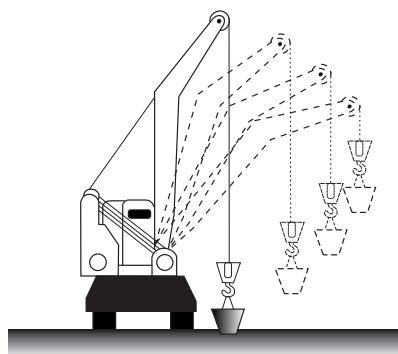


Рис. 1:

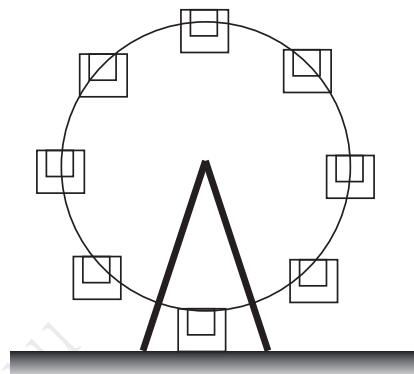


Рис. 2:

1.1.3<sup>0</sup> Известно, что траектории двух материальных точек пересекаются. Столкнутся ли эти точки?

1.1.4<sup>0</sup> В каких случаях человека можно считать материальной точкой: а) человек идет из дома на работу; б) человек выполняет гимнастические упражнения; в) человек совершает путешествие на пароходе; г) при измерении роста этого человека?

1.1.5<sup>0</sup> В каких случаях тело можно принять за материальную точку: а) вычисляют давление вездехода на грунт; б) определяют положение самолета, выполняющего рейс С.-Петербург-Москва; в) определяют объем тела; г) вычисляют скорость движения Марса вокруг Солнца; д) измеряют массу тела при помощи весов.

## 1.2 Действия с векторами.

1.2.1 Два вектора лежат на одной прямой и направлены в стороны. Куда направлен вектор их суммы и чему равен его модуль, если модули слагаемых векторов различны? одинаковы? Сделайте рисунки.

1.2.2 Начертите два вектора, выходящие из одной точки. Модули их одинаковы и равны  $a$  и  $b$ . Чему равна векторная сумма этих двух векторов, если угол между ними равен:  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $180^\circ$ ?

1.2.3 Вектор  $\vec{c}$  является суммой векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите модуль вектора  $\vec{c}$ , если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  заданы на плоскости следующими значениями своих проекций:  $a_x = 4$  см,  $b_x = -1$  см,  $a_y = 2$  см,  $b_y = -6$  см.

**1.2.4** Два вектора расположены на одной прямой и направлены в одну сторону. Куда направлен вектор их разности и чему равен его модуль? Ответьте на этот же вопрос, если векторы направлены в противоположные стороны.

**1.2.5** Вектор  $\vec{c}$  является разностью векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите модуль вектора  $\vec{c}$ , если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  заданы следующими значениями своих проекций:  $a_x = -1$  см,  $b_x = 2$  см,  $a_y = -2$  см,  $b_y = -6$  см.

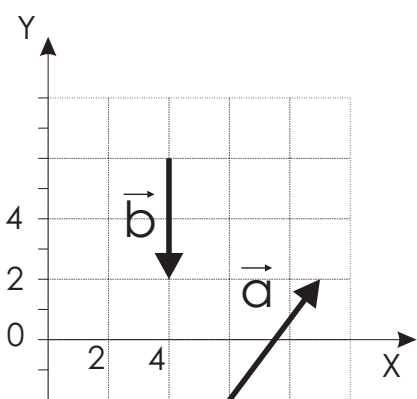


Рис. 3:

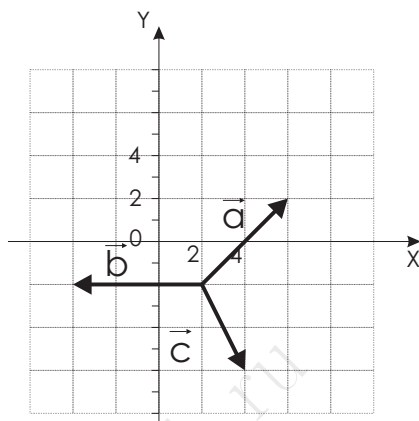


Рис. 4:

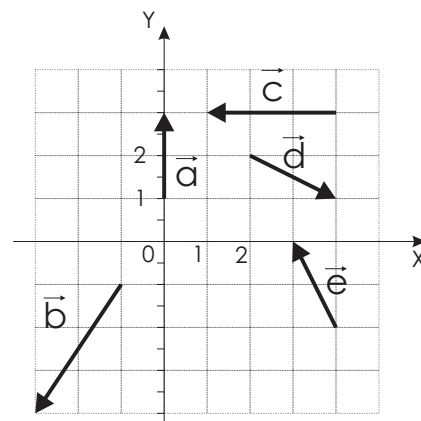


Рис. 5:

**1.2.6** Даны два вектора (Рис.3). Найдите вектор  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{e} = \vec{b} - \vec{a}$

**1.2.7** Даны вектора (Рис.5). Найдите вектор  $\vec{g}_1 = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e}$ ,  $\vec{g}_2 = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ ,  $\vec{g}_3 = -\vec{b} - \vec{e} + \vec{d}$

**1.2.8** Найдите величину векторов и их проекции на координатные оси (Рис. 4 и 5).

**1.2.9** Составьте векторное уравнение для трех векторов рис.4. Найдите проекции данных векторов на координатные оси.

### 1.3 Траектория. Путь. Перемещение.

**1.3.1<sup>0</sup>** Путь или перемещение мы оплачиваем при поездке в такси? Самолете?

**1.3.2<sup>0</sup>** Известно, что траектории двух материальных точек пересекаются. Столкнутся ли эти точки?

**1.3.3<sup>0</sup>** Мяч упал с высоты 3 м, отскочил от пола и был пойман на высоте 1 м. Найти путь и перемещение мяча.

**1.3.4** Движущийся равномерно автомобиль сделал разворот, описав половину дуги окружности. Сделать чертеж, на котором указать пути и перемещения автомобиля за все время разворота и за треть этого времени. Во сколько раз пути, пройденные за указанные промежутки времени, больше модулей векторов соответствующих перемещений?

**1.3.5** Тело переместилось из точки с координатами  $x_1 = 0\text{м}$ ,  $y_1 = 2\text{м}$  в точку с координатами  $x_2 = 4\text{м}$ ,  $y_2 = -1\text{м}$ . Сделать чертеж, найти перемещение и его проекции на координатные оси.

**1.3.6** Вертолет, пролетев по прямой 400 км, повернул под углом  $90^\circ$  и пролетел еще 300 км. Найти путь и перемещение вертолета.

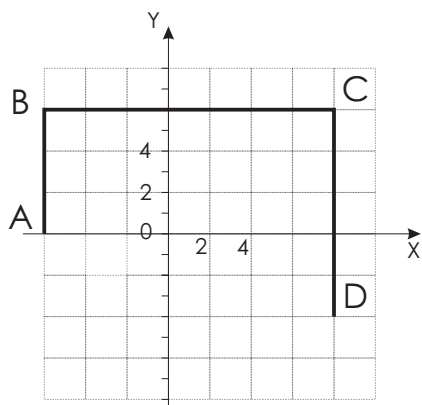


Рис. 6:

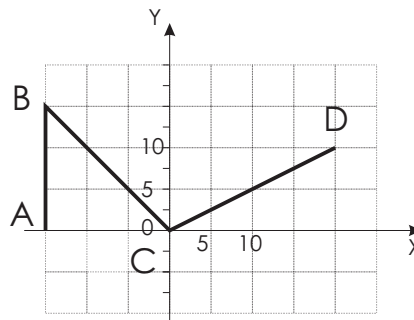


Рис. 7:

**1.3.7** На рисунке 6 и рисунке 7 показана траектория движения материальной точки. Начальное положение А, конечное - D. Найдите путь, величину перемещения и постройте вектор перемещения на участке движения между точками А и В, А и D.

**1.3.8** Катер прошел по озеру в направлении точно на север-восток 2 км, а затем еще 1 км на север. Найти графически и аналитически величину и направление перемещения катера.

**1.3.9** Ученик прошел сначала 400 м на северо-запад, затем 500 м на восток и еще 300 м на север. Найти графически перемещение ученика.

**1.3.10** Катер прошел из пункта А по озеру 5 км, затем развернулся и двигался под углом  $30^\circ$  к первоначальной траектории до тех пор, пока направление на пункт А не стало составлять  $90^\circ$  с направлением его движения. Каково перемещение катера? Какой путь прошел катер?

## 1.4 Равномерное прямолинейное движение.

1.4.1 По заданным графикам (Рис. 8) найти начальные координаты и проекции скорости их движения. Написать уравнения движения и аналитически определить место и время встречи.

1.4.2 Графики движения двух тел, представлены на рис.9. Написать уравнения движения. Что означают пересечения графиков с осями координат.

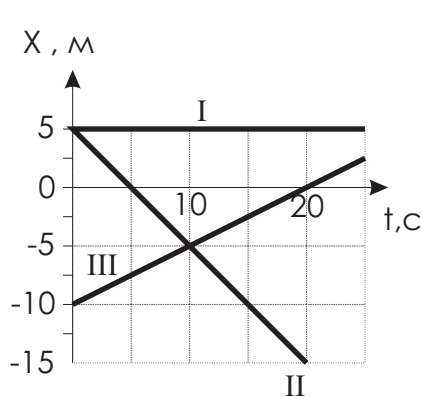


Рис. 8:

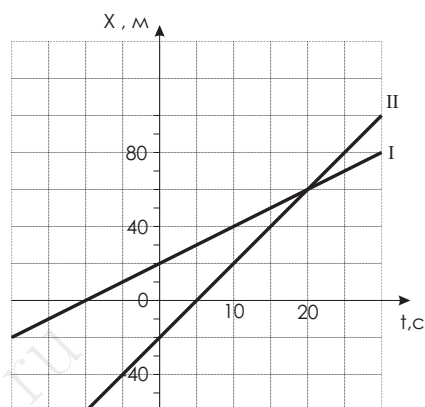


Рис. 9:

1.4.3 Движение двух велосипедистов заданы уравнениями:  $x_1(t) = 5t$ ,  $x_2(t) = 50 - 10t$ . Найти начальные координаты, скорости велосипедистов. Построить графики зависимости  $x(t)$ . Найти, аналитически место и время встречи велосипедистов и проверить полученные значения по графикам.

1.4.4 Движение грузового автомобиля описывается уравнением  $x = -270 + 12t$ . Опишите характер движения автомобиля. Найдите начальную координату, модуль и направление вектора скорости, координату и перемещение автомобиля за 20 с. Когда автомобиль пройдет через начало координат? Постройте график зависимости  $x(t)$  и  $v(t)$ .

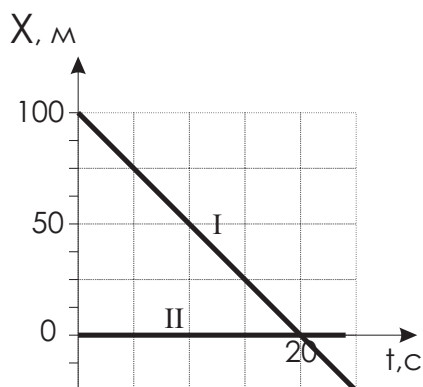


Рис. 10:

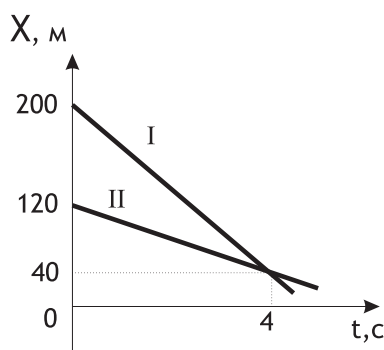


Рис. 11:

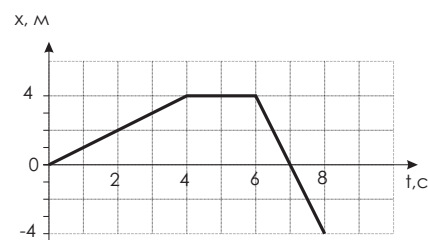


Рис. 12:

- 1.4.5** Движение велосипедиста описывается уравнением  $x = 150 - 10t$ . Опишите характер движения велосипедиста, найдите начальную координату, модуль и направление вектора скорости. В какой момент времени велосипедист проедет мимо автостанции, если ее координата равна  $x = 100$  м?
- 1.4.6** На рисунке 10 представлены графики движения двух тел. Напишите уравнения движения каждого тела, опишите характер движения. Какой смысл имеет точка пересечения этих графиков?
- 1.4.7** Опишите, как движутся автобусы, если их движение описывается графиками, изображенными на рисунке 11. Найдите начальные координаты, модули и направления скоростей, напишите уравнения зависимости  $x(t)$ , найдите место и время встречи.
- 1.4.8** Радиолокатор дважды засекает координаты тела, движущегося равномерно по прямой:  $x_1 = 20$  м, через 2 мин  $x_2 = 220$  м. С какой скоростью двигалось тело? Постройте график скорости, напишите уравнение движения, постройте график движения.
- 1.4.9** Точка  $M$  совершает движение в плоскости  $XOY$ . Координаты точки в зависимости от времени изменяются так:  $x(t) = -4t, y(t) = 6 + 2t$ . Запишите уравнение траектории  $y(x)$  точки  $M$ . Найдите начальные координаты движущейся точки и ее координаты через 1 с после начала движения.
- 1.4.10** На рисунке 12 изображен график координаты от времени, когда материальная точка движется вдоль координатной оси  $X$ . Опишите характер движения. Постройте графики зависимости проекции и модуля скорости от времени, пути от времени.
- 1.4.11** Тело движется равномерно вдоль оси  $X$  противоположно ее направлению. Модуль скорости равен 54 км/ч. Начальная координата равна -20 м. Написать уравнение координаты движения данного тела. Найти положение тела через 4 с после начала движения. Найти путь пройденный телом за 4 с. Построить график координаты и скорости.
- 1.4.12** По шоссе со скоростью 16 м/с движется автобус. Человек находится на расстоянии 60 м от шоссе и на расстоянии 400 м от автобуса. В каком направлении должен бежать человек, чтобы оказаться в какой-либо точке шоссе одновременно с автобусом или раньше него? Человек может бежать со скоростью 4 м/с.

## 1.5 Уравнение скорости равнопеременного прямолинейного движения

- 1.5.1** Поезд через 10 с после начала движения приобретает скорость 0,6 м/с . Через сколько времени от начала движения скорость поезда станет равна 3 м/с ?
- 1.5.2** Велосипедист движется под уклон с ускорением 0,3 м/с<sup>2</sup> . Какую скорость приобретает велосипедист через 20 с, если его начальная скорость равна 4 м/с ?
- 1.5.3** Зависимость скорости от времени при разгоне автомобиля задана формулой  $v_x(t) = 10 + 0,8t$ . Построить график зависимости проекции скорости от времени, и найти проекцию скорости в конце пятой секунды.
- 1.5.4** Скорость поезда за 20 с уменьшилась с 72 до 54 км/ч. Написать формулу зависимости скорости от времени  $v_x(t)$  и построить график этой зависимости.
- 1.5.5** По заданным графикам на рис. 13 написать уравнение скорости каждого тела. Что означают точки пересечения графиков друг с другом? Что означают точки пересечения графиков с осями?

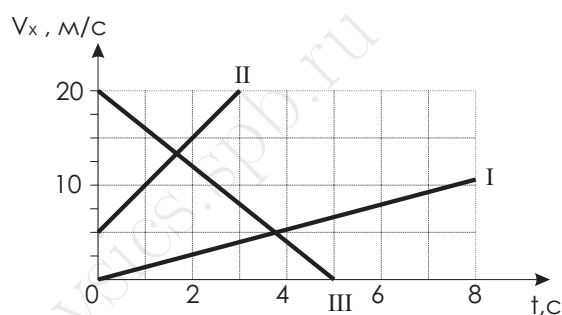


Рис. 13:

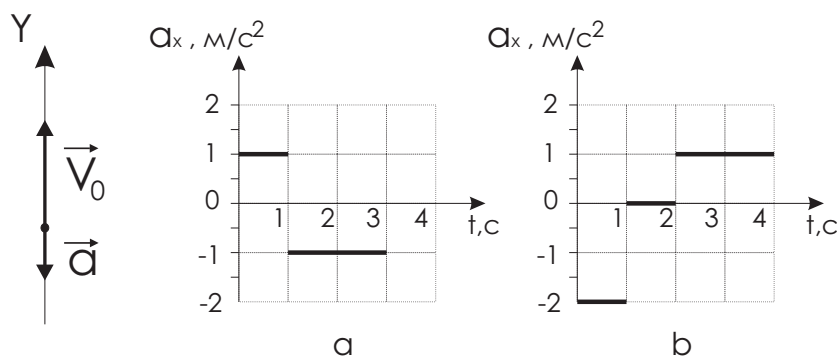


Рис. 14:

Рис. 15:

- 1.5.6** На рис. 14 показан вектор скорости в начальный момент времени и вектор ускорения материальной точки. Написать уравнение проекции скорости на координатную ось и построить график скорости для первых 6 с движения, если начальная скорость 30 м/с , а ускорение 10 м/с<sup>2</sup> . Найти скорость через 2 с после начала движения. Опишите характер движения тела. Приведите пример такого движения.

- 1.5.7** По графикам ускорения, приведенным на рис.15, построить графики скорости, если в начальный момент скорость движения материальной точки  $v_x(0) = -2$  м/с .
- 1.5.8** Проекция скорости материальной точки изменяется по закону  $v_x(t) = 10 + 2t$ . а) Определите характер движения точки; б) Найдите модуль и направление начальной скорости; в) Найдите проекцию ускорения, ускорение и его направление; г) Какой будет скорость точки через 5 с и 10 с от начала движения; д) Постройте график зависимости  $v_1(t)$ ; е) Постройте график зависимости проекции ускорения от времени.
- 1.5.9** Мотоциклист за первые 2 ч проехал 90 км, а следующие 3 ч двигался со скоростью 50 км/ч. Какова средняя скорость мотоциклиста на всем пути?
- 1.5.10** Автомобиль проехал первую половину пути со скоростью 20 м/с , а вторую половину - со скоростью 30 м/с . Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути.
- 1.5.11** Первую четверть пути поезд прошел со скоростью 60 км/ч. Средняя скорость на всем пути составила 15 м/с . Найти скорость на вторых трех четвертях пути.

## 1.6 Равнопеременное прямолинейное движение.

- 1.6.1** Шарик, скатываясь с наклонного желоба из состояния покоя, за первую секунду прошел путь 10 см. Какой путь он пройдет за три секунды? Какой путь он пройдет за третью секунду?
- 1.6.2** За какое время автомобиль, двигаясь из состояния покоя с ускорением  $0,6 \text{ м/с}^2$ , пройдет 30 м?
- 1.6.3** При аварийном торможении автомобиль, движущийся со скоростью 72 км/ч, остановился через 5 с. Найти ускорение и тормозной путь.
- 1.6.4** При скорости 15 км/ч тормозной путь автомобиля равен 1,5 м. Каким будет тормозной путь при скорости 90 км/ч? Ускорение в обоих случаях одно и то же.
- 1.6.5** Поезд, двигаясь под уклон, прошел за 20 с путь 340 м и развил скорость 19 м/с. С каким ускорением двигался поезд и какой была скорость в начале уклона?
- 1.6.6** Уравнение движения материальной точки имеет вид  $x(t) = 10 + 0,4t^2$ . Написать уравнение скорости и построить график скорости. Показать на графике путь, пройденный телом за 4 с и вычислить этот путь.
- 1.6.7** Уравнения движения по шоссе велосипедиста, пешехода и бензовоза имеют вид:  $x_1(t) = 0,4t^2$ ,  $x_2(t) = 400 - 0,6t$  и  $x_3(t) = -300$  соответственно. Найти для каждого из тел: координату в момент начала наблюдения, проекцию на ось X начальной скорости и ускорения, а также направления и вид движения.
- 1.6.8** Движение двух автомобилей по шоссе заданы уравнениями  $x_1(t) = 2t + 0,2t^2$  и  $x_2(t) = 40 - 4t$ . Описать характер движения автомобилей. Найти время и место встречи автомобилей, расстояние между ними через 5 с от начала наблюдения, координату первого автомобиля в тот момент времени, когда второй находился в начале отсчета.
- 1.6.9** Движение двух мотоциклистов заданы уравнениями  $x_1(t) = 15 + t^2$  и  $x_2(t) = 8t$ . Описать характер движения каждого мотоциклиста, найти место и время встречи.
- 1.6.10** Велосипедист начал свое движение из состояния покоя и в течении первых 4 с двигался с ускорением  $1 \text{ м/с}^2$ , затем в течении 0,1 мин он двигался равномерно и последние 20 м - равнозамедленно до остановки. Построить график скорости. Найти весь путь и среднюю скорость за все время движения.
- 1.6.11** Расстояние между двумя станциями поезд прошел со средней скоростью 72 км/ч за 20 мин. Разгон и торможение вместе длились 4 мин, а остальное время поезд двигался равномерно. Какой была скорость поезда при равномерном движении, если ускорение при разгоне и торможение были одинаковые по величине?
- 1.6.12** В момент начала наблюдения, расстояние между двумя телами было равно 6,9 м. Первое тело движется из состояния покоя с ускорением  $0,2 \text{ м/с}^2$ . Второе движется вслед за ним, имея начальную скорость 2 м/с и ускорение  $0,4 \text{ м/с}^2$ . Написать уравнение координаты для каждого тела в системе отсчета в которой при  $t = 0$  координаты тел принимают значения  $x_1(0) = 6,9 \text{ м}$  и  $x_2(0) = 0$ . Найти время и место встречи этих тел.



**1.6.13** График зависимости ускорения тела от времени имеет форму, изображенную на рис. 16. Начертить графики зависимости скорости, координаты и пути, пройденного телом, от времени. Начальная скорость тела равна нулю (на участке разрыва ускорение равно нулю).

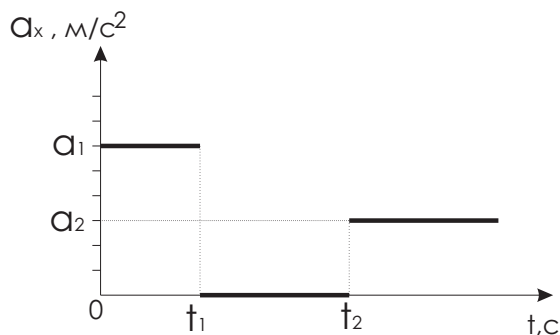


Рис. 16:

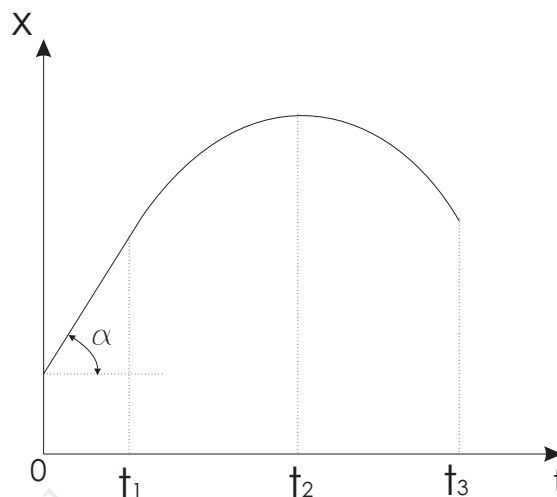


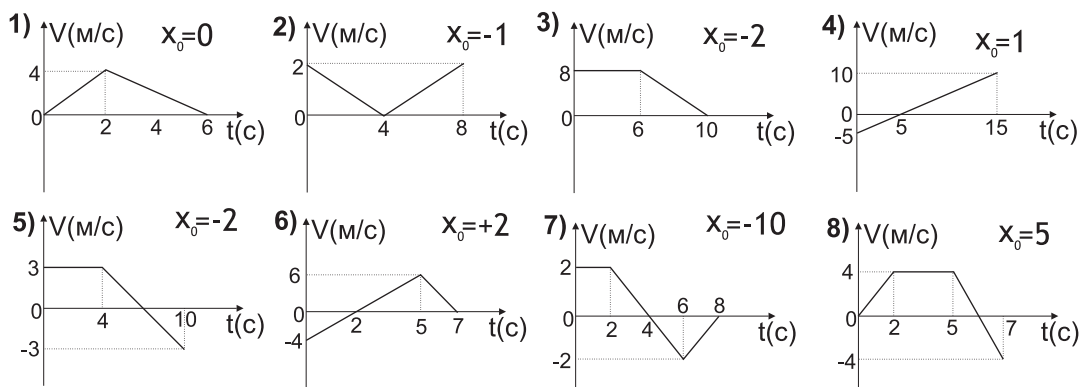
Рис. 17:

**1.6.14** На рис. 17 дан график зависимости координаты тела от времени. После момента  $t = t_1$  кривая графика — парабола. Что за движение изображено на этом графике? Построить график зависимости скорости тела от времени.

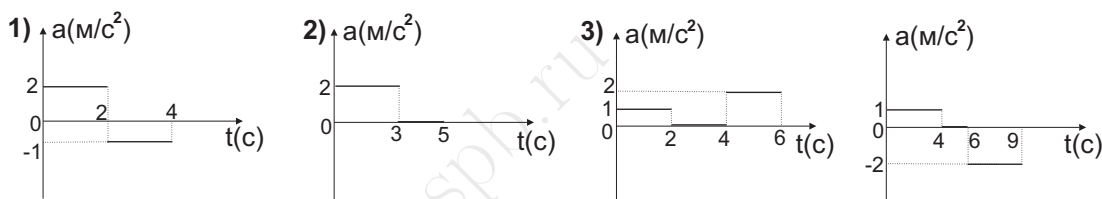
**1.6.15** Пуля, летящая со скоростью 400 м/с, ударяет в земляной вал и проникает в него на глубину 36 см. Сколько времени двигалась она внутри вала? С каким ускорением? Какова была ее скорость на глубине 18 см? На какой глубине скорость пули уменьшилась в три раза? Движение считать равнопеременным. Чему будет равна скорость пули к моменту, когда пуля пройдет 99% своего пути?

**1.6.16** По наклонной доске пустили катиться снизу вверх шарик. На расстоянии  $l = 30$  см от начала пути шарик побывал дважды: через  $t_1 = 1$  с и через  $t_2 = 2$  с после начала движения. Определить начальную скорость  $v_0$  и ускорение  $a$  движения шарика, считая его постоянным.

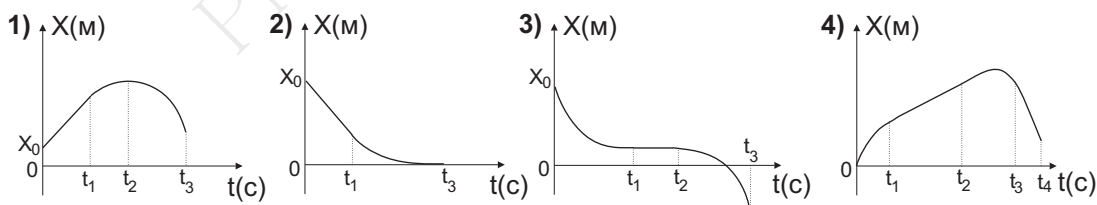
**1.6.17** По графику скорости определить характер движения тела, найти пути пройденные телом на каждом участке, весь путь, среднюю скорость. Построить графики ускорения, пути и координаты.



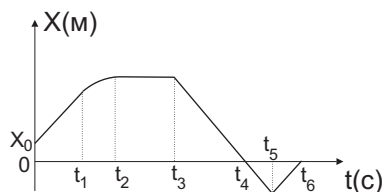
**1.6.18** По графику ускорения построить графики  $v(t)$ ,  $x(t)$ ,  $S(t)$ . Считать, что тело движется из состояния покоя параллельно оси  $OX$  из точки с координатой  $x_0 = 0$



**1.6.19** По графику координаты построить графики  $a(t)$ ,  $v(t)$ ,  $S(t)$ . Считать, что тело движется параллельно оси  $OX$ . Описать характер движения.



**1.6.20** Используя график координаты охарактеризуйте движение на каждом из указанных промежутков времени.



- Что означают изломы на графике  $x(t)$
- Постройте график скорости  $v(t)$ . Что означают разрывы на графике  $v(t)$ ?
- Могут ли быть изломы на графике скорости  $v(t)$ ?
- Могут ли быть разрывы на графике координаты  $x(t)$ ?

- 1.6.21** Первый вагон трогаящегося от остановки поезда проходит за 3 с мимо наблюдателя, находившегося до отправления поезда у начала этого вагона. За сколько времени пройдет мимо наблюдателя весь поезд, состоящий из 9 вагонов? Промежутками между вагонами пренебречь.
- 1.6.22** Велосипедист начинает равноускоренное движение, когда мимо него проходит человек с постоянной скоростью. Велосипедист догоняет человека, когда скорость велосипедиста равна 4 м/с. Найти скорость человека.

## 1.7 Движение тел по вертикали. Свободное падение.

- 1.7.1** Тело брошено вертикально вверх со скоростью 30 м/с. На какой высоте и через сколько времени скорость тела по модулю будет в три раза меньше, чем в начале подъема?
- 1.7.2** Во сколько раз надо увеличить начальную скорость брошенного вверх тела, чтобы высота подъема увеличилась в 4 раза?
- 1.7.3** Тело брошено вертикально вверх со скоростью 20 м/с. Написать уравнение движения и найти, через какой промежуток времени тело будет на высоте: а) 15 м; б) 20 м; в) 25 м.
- 1.7.4** С балкона, находящегося на высоте 25 м над поверхностью земли, бросили вертикально вверх мячик со скоростью 10 м/с. Написать уравнение движения, выбрав за начало отсчета: а) точку бросания; б) поверхность земли. Найти, через сколько времени мячик упадет на землю.
- 1.7.5** Тело бросают вертикально вверх. Наблюдатель замечает промежуток времени  $t_0$  между двумя моментами, когда тело проходит точку В, находящуюся на высоте  $h$ . Найти начальную скорость бросания  $v_0$  и время всего движения тела  $t$ .
- 1.7.6** Из точек А и В, расположенных по вертикали (точка А выше) на расстоянии  $l = 100$  м друг от друга, бросают одновременно два тела с одинаковой скоростью 10 м/с: из А — вертикально вниз, из В — вертикально вверх. Через сколько времени и в каком месте они встретятся?
- 1.7.7** Два тела брошены вертикально вверх из одной и той же точки с одинаковой начальной скоростью  $v_0 = 19,6$  м/с с промежутком времени  $\tau = 0,5$  с. Через какое время  $t$  после бросания второго тела и на какой высоте  $h$  встретятся тела?
- 1.7.8** Аэростат поднимается с Земли вертикально вверх с ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>. Через  $\tau = 5$  с от начала его движения из него выпал предмет. Через сколько времени  $t$  этот предмет упадет на Землю?
- 1.7.9** Лифт поднимается с ускорением 2 м/с<sup>2</sup>. В тот момент, когда его скорость стала равна 2,4 м/с, с потолка лифта начал падать болт. Высота лифта 2,47 м. Вычислить время падения болта и расстояние, пройденное болтом относительно шахты.
- 1.7.10** Тело падает, с высоты 100 м без начальной скорости. За какое время тело проходит первый и последний метры своего пути? Какой путь проходит тело за первую, за последнюю секунду своего движения?

- 1.7.11 Свободно падающее тело прошло последние 30 м за время 0,5 с. Найти высоту падения.
- 1.7.12 Свободно падающее тело за последнюю секунду падения прошло  $1/3$  своего пути. Найти время падения и высоту, с которой упало тело.
- 1.7.13 С какой начальной скоростью  $v_0$  надо бросить вниз мяч с высоты  $h$ , чтобы он подпрыгнул на высоту  $2h$ ? Трением о воздух и другими потерями механической энергии пренебречь.
- 1.7.14 С каким промежутком времени оторвались от карниза крыши две капли, если спустя две секунды после начала падения второй капли расстояние между каплями было 25 м? Трением о воздух пренебречь.

## 1.8 Равномерное движение по окружности.

- 1.8.1 Минутная стрелка часов в 3 раза длиннее секундной. Найти отношение скоростей концов стрелки.
- 1.8.2 При увеличении в 4 раза радиуса круговой орбиты искусственного спутника Земли период его обращения увеличивается в 8 раз. Во сколько раз изменяется скорость движения спутника по орбите?
- 1.8.3 Луна движется вокруг Земли на расстоянии 380 000 км от нее, совершая один оборот за 27,3 суток. Вычислите нормальное ускорение Луны.
- 1.8.4 Каково центростремительное ускорение поезда, движущегося по закруглению радиусом 200 м со скоростью 36 км/ч?
- 1.8.5 Скорость точек экватора Солнца при его вращении вокруг своей оси равна 2 км/с. Найти период вращения Солнца вокруг своей оси и центростремительное ускорение точек экватора, если радиус Солнца равен  $700 \cdot 10^3$  км.
- 1.8.6 С какой скоростью автомобиль должен проходить середину выпуклого моста радиусом 40 м, чтобы центростремительное ускорение равнялось ускорению свободного падения?
- 1.8.7 Найти центростремительное ускорение точек колеса автомобиля, соприкасающихся с дорогой, если автомобиль движется со скоростью 72 км/ч и при этом частота вращения колеса 8 Гц.
- 1.8.8 Движение от шкива I (Рис. 18) к шкиву IV передается при помощи двух ременных передач. Найти частоту вращения шкива IV, если шкив I делает 1200 об/мин, а радиусы шкивов  $r_1 = 8$  см,  $r_2 = 32$  см,  $r_3 = 11$  см,  $r_4 = 55$  см. Шкивы II и III жестко укреплены на одном валу.
- 1.8.9 Две материальные точки движутся по окружности радиусами  $R_1$  и  $R_2$ , причем  $R_1 = 2R_2$ . Сравнить их центростремительные ускорения в случаях: 1) равенства их скоростей; 2) равенства их периодов.
- 1.8.10 Детский заводной автомобиль, двигаясь равномерно, прошел расстояние  $S$  за время  $t$ . Найти частоту вращения и центростремительное ускорение точек на ободе колеса, если диаметр колеса равен  $d$ .

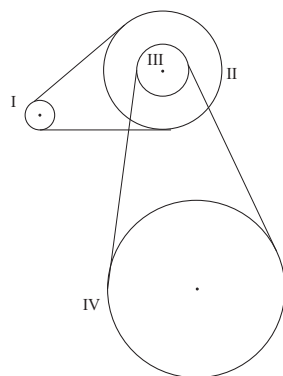


Рис. 18:

- 1.8.11** Определить радиус  $R$  маховика, если при вращении скорость точек на его ободе  $v_1 = 6\text{ м/с}$ , а скорость точек, находящихся на  $l = 15\text{ см}$  ближе к оси,  $v_2 = 5,5\text{ м/с}$ ? [ $R = v_1 l / (v_1 - v_2) = 1,8\text{ м}$ ]
- 1.8.12** Линейная скорость точек окружности вращающегося диска равна  $v_1 = 3\text{ м/с}$ , а точек, находящихся на расстоянии  $l = 10\text{ см}$  ближе к оси вращения,  $v_2 = 2\text{ м/с}$ . Сколько оборотов делает диск в минуту? [ $n = 60(v_1 - v_2) / (2\pi l) = 96\text{ об/мин}$ ]
- 1.8.13** Найти линейную скорость  $v$  и центростремительное ускорение точек на поверхности земного шара: а) на экваторе, б) на широте  $\varphi = 60^\circ$ . Средний радиус земного шара  $R = 6400\text{ км}$ . [ $v_0 = \frac{2\pi R}{T} = 465\text{ м/с}$ ;  $a_{n0} = \frac{v_0^2}{R} = 0,034\text{ м/с}^2$ ;  $v_\varphi = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T} = 233\text{ м/с}$ ;  $a_{n\varphi} = \frac{v_\varphi^2}{R \cos \varphi} = 0,017\text{ м/с}^2$ ]
- 1.8.14** Самолет выполняет "мертвую" петлю в вертикальной плоскости, двигаясь с постоянной по модулю скоростью. Определите минимальную скорость движения самолета при радиусе петли  $160\text{ м}$  и максимальный радиус "петли" при скорости движения самолета в  $100\text{ м/с}$ . [ $30\text{ м/с}, 1000\text{ м}$ ]

## 1.9 Неравномерное движение по окружности.

- 1.9.1 При вращении тела по окружности угол между полным ускорением  $a$  и линейной скоростью  $v$  равен  $\alpha = 30^\circ$ . Найти отношение нормального и касательного ускорений. [ $a_n/a_\tau = \operatorname{tg} \alpha = 0,58$ ]
- 1.9.2 Материальная точка движется по окружности радиуса  $R = 20\text{см}$  равноускоренно с касательным ускорением  $a_\tau = 5\text{см/с}^2$ . Через какое время  $t$  после начала движения нормальное (центростремительное) ускорение  $a_n$  будет больше  $a_\tau$  в  $n = 2$  раза? [2,78с]
- 1.9.3 Материальная точка, начав двигаться равноускоренно по окружности радиуса  $R = 1\text{м}$  прошла за время  $t_1 = 10\text{с}$  путь  $s = 50\text{м}$ . С каким нормальным ускорением  $a_n$  двигалась точка спустя время  $t_2 = 5\text{с}$  после начала движения? [ $a_n = \frac{4s^2t_2^2}{Rt_1^4} = 25\text{м/с}^2$ ]
- 1.9.4 Поезд въезжает на закругленный участок пути с начальной скоростью  $v_0 = 54\text{км/ч}$  и проходит путь  $s = 600\text{м}$  за время  $t = 30\text{с}$ . Радиус закругления  $R = 1\text{км}$ . Определить скорость  $v$  и полное ускорение  $a$  поезда в конце этого пути. [ $v = \frac{2s-v_0t}{t} = 25\text{м/с}$ ;  $a = \frac{1}{t^2} \sqrt{\frac{(2s-v_0t)^4}{R^2} + 4(s-v_0t)^2} = 0,708\text{м/с}^2$ ]
- 1.9.5 Велосипедист едет по закруглению велотрека радиусом  $R = 30\text{м}$ . При движении с постоянным по модулю тангенциальным ускорением его скорость за  $5\text{с}$  увеличилась с  $5$  до  $10$ . Определите тангенциальное, центростремительное и полное ускорения велосипедиста в конце  $15$  секунды разгона.

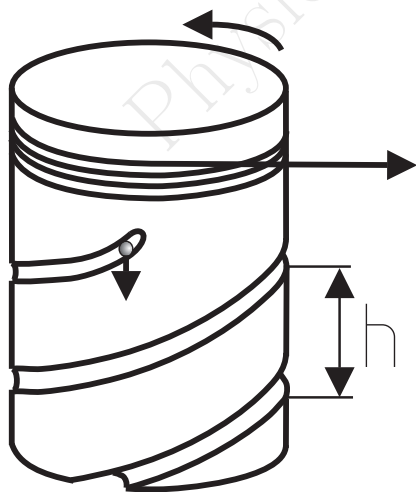


Рис. 19:

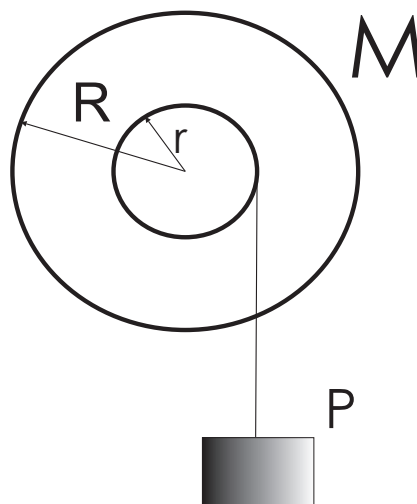


Рис. 20:

- 1.9.6 Маховое колесо, вращавшееся с частотой  $\nu_0 = 240$  об/мин, останавливается в течении времени  $t = 0,5$  мин. Считая его движение равнопеременным, найти, сколько оборотов  $N$  оно сделало до полной остановки. [ $N = \frac{\nu_0 t}{2} = 60$  оборотов]
- 1.9.7 В винтовой желоб (Рис.19) положен тяжелый шарик. С каким ускорением  $a$  нужно тянуть нить, накрученную на цилиндр с желобом, чтобы шарик падал свободно, если диаметр цилиндра  $D$ , а шаг винтового желоба  $h$ . [ $a = \pi g D/h$ ]

- 1.9.8** Точка движется по окружности со скоростью  $v = at$ , где  $a = 0,5 \text{ м/с}^2$ . Найти ее полное ускорение в момент, когда она пройдет  $n = 0,1$  длины окружности после начала движения
- 1.9.9** Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол  $\varphi$  его поворота зависит от времени как  $\varphi = at^2$ , где  $a = 0,2 \text{ рад/с}^2$ . Найти полное ускорение точки А на ободу колеса в момент  $t = 2,5 \text{ с}$ , если линейная скорость точки А в этот момент  $v = 0,65 \text{ м/с}$ .
- 1.9.10** Шар радиуса  $R = 10 \text{ см}$  катится без скольжения по горизонтальной плоскости так, что его центр движется с постоянным ускорением  $2,5 \text{ см/с}^2$ . Через  $2 \text{ с}$  после начала движения определить скорости и полные ускорения точек лежащих на ободу на вертикальном диаметре и горизонтальном диаметре.
- 1.9.11** Диск вращался с постоянной угловой скоростью  $5 \text{ рад/с}$ , после чего равномерно замедленно вращаясь остановился совершив ровно  $20$  полных оборотов. Найти угловое ускорение и полное угловое смещение. Построить графики  $\omega(t), \varphi(t), \beta(t)$
- 1.9.12** Маховое колесо радиусом  $R = 1 \text{ м}$  начинает движение из состояния покоя равноускоренно. Через  $t_1 = 10 \text{ с}$  точка, лежащая на его ободу, приобретает скорость  $V_1 = 100 \text{ м/с}$ . Найдите скорость, а также нормальное, касательное и полное ускорения этой точки в момент времени  $t_2 = 15 \text{ с}$ .
- 1.9.13** Шкив радиусом  $R = 20 \text{ см}$  начинает вращаться с угловым ускорением  $\beta = 3 \text{ рад/с}^2$ . Через какое время точка, лежащая на его ободу, будет иметь ускорение  $a = 75 \text{ см/с}^2$ ?
- 1.9.14** Точка начинает обращаться по окружности с постоянным ускорением  $\beta = 0,04 \text{ рад/с}^2$ . Через какое время вектор ее ускорения будет составлять с вектором скорости угол  $\alpha = 45^\circ$ ?
- 1.9.15** Тело брошено с поверхности Земли под углом  $60^\circ$  к горизонту. Модуль начальной скорости равен  $20 \text{ м/с}$ . Чему равен радиус кривизны траектории в точке максимального подъема?
- 1.9.16** Определите радиус кривизны траектории снаряда в момент вылета из орудия, если модуль скорости снаряда равен  $1 \text{ км/с}$ , а скорость составляет угол  $60^\circ$  с горизонтом.
- 1.9.17** Снаряд вылетает из орудия под углом  $45^\circ$  к горизонту. Чему равна дальность полета снаряда, если радиус кривизны траектории в точке максимального подъема равен  $15 \text{ км}$ ?
- 1.9.18** Сферический резервуар, стоящий на земле, имеет радиус  $R$ . При какой наименьшей скорости камень, брошенный с поверхности Земли, может перелететь через резервуар, коснувшись его вершины? Под каким углом к горизонту должен быть при этом брошен камень?
- 1.9.19** Въезд на один из самых высоких в Японии мостов имеет форму винтовой линии, обвивающей цилиндр радиусом  $r$ . Полотно дороги составляет угол  $\alpha$  с горизонтальной плоскостью. Найдите модуль ускорения автомобиля, движущегося по въезду с постоянной по модулю скоростью  $v$ .
- 1.9.20** Груз Р начинает опускаться с постоянным ускорением  $a = 2 \text{ м/с}^2$  и приводит в движение ступенчатый шкив радиусами  $r = 0,25 \text{ м}$  и  $R = 0,50 \text{ м}$  (Рис. 20). Какое ускорение  $a_1$  будет иметь точка М через  $t = 0,50 \text{ с}$  после начала движения?

**1.10 Относительность механического движения.**

- 1.10.1** Скорость велосипедиста 36 км/ч, а скорость ветра 4 м/с. Какова скорость ветра в системе отсчета, связанной с велосипедистом при: а) встречном ветре; б) попутном ветре?
- 1.10.2** Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростями 72 и 54 км/ч. Пассажир, находящийся в первом поезде, замечает, что второй поезд проходит мимо него в течении 14 с. Какова длина второго поезда?
- 1.10.3** Скорость движения лодки относительно воды в  $n$  раз больше скорости течения реки. Во сколько раз больше времени занимает поездка на лодке между двумя пунктами против течения, чем по течению?
- 1.10.4** Эскалатор метро поднимает неподвижно стоящего на нем пассажира в течении 1 мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимается за 3 мин. Сколько времени будет подниматься идущий вверх пассажир по движущемуся эскалатору?
- 1.10.5** Рыболов, двигаясь на лодке против течения реки, уронил удочку. Через 1 мин он заметил потерю и сразу же повернул обратно. Через сколько времени после потери он догонит удочку? Скорость течения реки и скорость лодки относительно воды постоянны. На каком расстоянии от места потери он догонит удочку, если скорость течения реки равна 2 м/с.
- 1.10.6** Вертолет летел на север со скоростью 20 м/с. С какой скоростью и под каким углом к меридиану будет лететь вертолет, если подует западный ветер со скоростью 10 м/с?
- 1.10.7** В безветренную погоду вертолет двигался со скоростью 90 км/ч точно на север. Найти скорость и курс вертолета, если подул северо-западный ветер под углом  $45^\circ$  к меридиану. Скорость ветра 10 м/с.
- 1.10.8** Катер, переправляясь через реку, движется перпендикулярно течению реки со скоростью 4 м/с в системе отсчета, связанной с водой. На сколько метров будет снесен катер течением, если ширина реки 800 м, а скорость течения 1 м/с?
- 1.10.9** Моторная лодка проходит расстояние между двумя пунктами А и В по течению реки за время  $t_1 = 12$  ч. Сколько времени  $t_2$  затратит моторная лодка на обратный путь?
- 1.10.10** Между двумя пунктами, расположенными на реке на расстоянии  $s = 100$  км один от другого, курсирует катер, который, идя по течению, проходит это расстояние за время  $t_1 = 4$  ч, а против течения - за время  $t_2 = 10$  ч. Определить скорость  $u$  течения реки и скорость  $v$  катера относительно воды.
- 1.10.11** Мимо пристани проходит плот. В этот момент в поселок, находящийся на расстоянии  $s_1 = 15$  км от пристани, вниз по реке отправляется моторная лодка. Она дошла до поселка за время  $t = 3/4$  ч и, повернув обратно, встретила плот на расстоянии  $s_2 = 9$  км от поселка. Каковы скорость течения реки и скорость лодки относительно воды?
- 1.10.12** Колонна войск во время похода движется со скоростью  $v_1 = 5$  км/ч, растянувшись по дороге на расстояние  $l = 400$  м. Командир, находящийся в хвосте колонны, посылает велосипедиста с поручением главному отряду. Велосипедист отправляется и едет со скоростью  $v_2 = 25$  км/ч и, на ходу выполнив поручение, сразу же возвращается обратно с той же скоростью. Через сколько времени  $t$  после получения поручения он вернулся обратно?



**1.10.13** Вагон шириной  $d = 2,4$  м, движущийся со скоростью  $v = 15$  м/с, был пробит пулей, летевшей перпендикулярно движению вагона. Смещение отверстий в стенках вагона относительно друг друга равно  $l = 6$  см. Какова скорость движения пули?

**1.10.14** Велосипедист едет с постоянной скоростью  $v$  по прямолинейному участку дороги. Найти мгновенные скорости точек  $A, B, C$  лежащих на ободе колеса и указанных на рисунке 21, относительно земли.  $[0, 2v; \sqrt{2}v]$

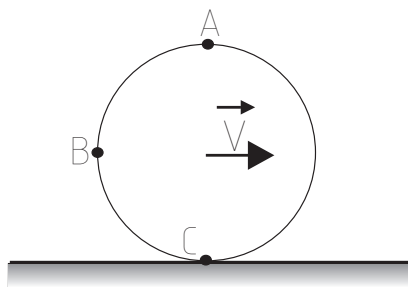


Рис. 21:

**1.10.15** Какова скорость капля  $v_2$  отвесно падающего дождя, если шофер легкового автомобиля заметил, что капли дождя не оставляют следа на заднем стекле, наклоненном вперед под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту, когда скорость автомобиля  $v_1$  больше 30 км/ч?

**1.10.16** На улице идет дождь. В каком случае ведро, стоящее в кузове грузового автомобиля, наполнится быстрее водой: когда автомобиль движется или когда он стоит?

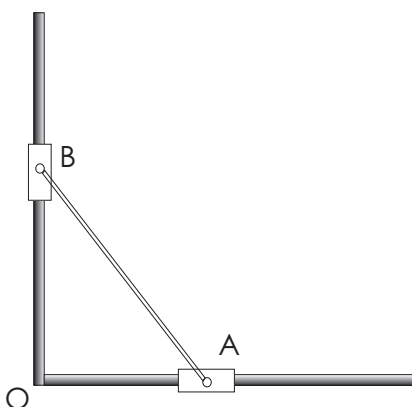


Рис. 22:

**1.10.17** Стержень длиной  $l = 1$  м шарнирно соединен с муфтами  $A$  и  $B$ , которые перемещаются по двум взаимно перпендикулярным рейкам (Рис. 22). Муфта  $A$  движется с постоянной скоростью  $v_A = 30$  см/с. Найти скорость  $v_B$  муфты  $B$  в момент, когда угол  $= 60^\circ$ . Приняв за начало отсчета времени момент, когда муфта находилась в точке  $O$ , определить расстояние  $OB$  и скорость муфты  $B$  в функции времени.